Math 111

Midterm 3

April 1999

Özlem Beyarslan - Ali Nesin

1. Eğer X kümesinin her elemanı X'in bir altkümesi ise X kümesine **tam** denir.

1a. Sonsuz sayıda tam küme örneği veriniz.

1b. A tam bir küme ise $\cap A$ ve $\cup A$ kümelernin de tam kümeler olduğunu gösteriniz.

1c. X tam bir küme ise $X \cup \{X\}$ kümesinin de tam olduğunu gösteriniz.

1d. X bir küme olsun. $X_o = X$ ve $X_{n+1} = X_n \cup (\cup X_n)$ olarak tanımlansın. $X_\omega = \bigcup_{n \in N} X_n$ olsun. X_ω topluluğunun bir küme olduğunu varsayarak, X_ω kümesinin X kümesini eleman olarak içeren en küçük küme olduğunu gösterin.

1f. Diyelim ki $\{x\}$ tam bir küme, x hakkında ne söyleyebiliriz ?

2. $X \cup \{X\} = X$ ise X hakkında ne söyleyebiliriz?

3. Eğer her farklı iki x, y elemanı için ya $x \in y$ ya da $y \in x$ oluyorsa X kümesine **$\in$-bağlantılı** denir.

3a. Sonsuz sayıda $\in$-bağlantılı küme örneği verin.

3b. $\in$-bağlantılı bir kümenin altkümelerinin de $\in$-bağlantılı olduğunu gösterin.

3c. X $\in$-bağlantılı ise $X \cup \{X\}$ 'nın da $\in$-bağlantılı olduğunu gösteriniz.

3d. $\{x\}$ $\in$-bağlantılı olsun, x hakkında ne söyleyebiliriz?

4. Düzenlilik postulatı, boş olmayan her A kümesinde, $A \cap x = \emptyset$ eşitliğini sağlayan bir x elemanının varlığını söyler.

4a. Düzenlilik postulatını kullanarak hiçbir kümenin kendi kendisinin elemanı olamayacağını gösterin.

4b. Düzenlilik postulatını kullanarak $x \in y$ ve $y \in x$ koşulunu sağlayan iki küme olamayacağını gösterin.

4c. $A \subseteq A \times A$ ise $A = \emptyset$ olduğunu düzenlilik postulatı kullanarak gösterin.