Ara Sınav 1

- Dağıtılan sınav kitapçığını, size söylenene kadar açmayın. Talimatları dikkatlice okuyun.
- Kitapçığın her sayfasına isminizi yazın.
- Sınav, 4 problem ve alt bölümlerinden oluşmaktadır. 80 puanlık sınav için 80 dakikanız var.
- Kitapçık, bu sayfa ile beraber 13 sayfadan oluşmakta. Karalama yapabilmeniz için 2 boş sayfa bulunmakta. Bu kağıtları, sınavı teslim etmeden önce kitapçıktan lütfen ayırın.
- Bu sınav, kapalı kitap tarzındadır. Hesap makinesi ve programlanabilir cihaz kullanmak yasaktır. Sınava el yazımı bir A4 formül kağıdı ile girebilirsiniz.
- Cevaplarınızı size ayrılan yerde cevaplayınız. Daha fazla yere ihtiyacınız olursa, sorunun bulunduğu kağıdın arkasını kullanın. Bir sorunun cevabını, başka bir sorunun kağıdına yazmayın, çünkü kağıtlar notlandırma esnasında birbirinden ayrılabilir.
- Daha once öğrendiklerimizi ispatlamak veya elde etmek için zaman ve yer harcamayın. Bildiğimiz cevaplardan bahsetmeniz yeterli olacaktır.
- Bir soruda gereğinden fazla zaman harcamayın. Bütün soruları okuyun, daha sonra en fazla bilgi ve fikir sahibi olduğunuz sorudan cevaplamaya başlayın.
- Gidiş yoluna da puan verileceğinden, cevabınızı açıkça ifade edin. Cevabın doğruluğunun yanında cevabı veriş şekliniz de puanlamaya etki edecektir.
- Bol şanslar!

Problem	Alt bölüm	Puan	Not	Notlandıran
1	4	12		
2	1	7		
3	11	44		
4	3	17		
Toplam		80		

İsim : ____________________

Problem 1. Asimptotik Koşma Süreleri [12 puan] (4 bölüm)

Aşağıda listelenen her algoritma için,

- en kötü koşma süresini ifade eden bir yineleme yazın.
- en kötü koşma süresini ifade eden bir Θ-simgelemi yazın.

Cevabı açıklamanıza gerek bulunmamakta.

(a) İkili Arama

(b) Araya yerleştirme sıralaması

(c) Strassen Algoritması

(d) Birleştirme Sıralaması

Problem 2. Yerine Koyma Metodu [7 puan]

$$\begin{aligned} T(n) &= T(n/2) + T(n/4) + n\ , \\ T(m) &= 1 \text{ için } m \leq 5. \end{aligned}$$

Yerine koyma metodunu ve O-simgelemini kullanarak, yinelemenin çözümüne sıkı bir üst sınır bulun.

Problem 3. Doğru veya Yanlış ve Doğrula [44 puan] (11 bölüm)

Aşağıdaki ifadelerin doğru veya yanlış olduğunu belirtmek için **D** veya **Y'**yi daire içine alın. Eğer ifade doğru ise, neden doğru olduğunu kısaca açıklayın. Eğer ifade yanlış ise, neden yanlış olduğunu kısaca açıklayın. Ne kadar ayrıntılı içerik sağlarsanız, o kadar yüksek puan alacaksınız, ama cevabınız kısa olsun. Açıklamanız, D veya Y seçiminizden daha fazla not getirecek.

D Y $T(n) = 3T(n/3) + O(\lg n)$ yinelemesinin çözümü $T(n) = \Theta(n \lg n)$.

D Y F_k, k 'nıncı Fibonacci sayısı olsun. n^2 'ninci Fibonacci sayısı F_{n^2}, $O(\lg n)$ sürede hesaplanabilir.

D Y Bir dizilimin, n tane sayıyı içerdiğini düşünün. Bu sayıların her biri −1, 0 veya 1'dir. Bu dizilim, en kötü durumda O(n) sürede sıralanabilir.

D Y Bir rakibin oluşturduğu, n uzunluğundaki bir girdi diziliminin rastgele hızlı sıralaması, algoritmayı, ω(n lg n) süresinde çalışmaya zorlar.

D Y Bu dizilim,

20 15 18 7 9 5 12 3 6 2

bir (max-heap) yığını oluşturur.

D Y Yığın sıralaması, taban sıralaması işleminde yardımcı sıralama metodu olarak kullanılabilir, çünkü yerinde çalışır.

D Y 5 sayıyı sıralamak için, en kötü durumda 6 karşılaştırma ile karşılaştırma sıralaması yapılabilir.

D Y Kıyım tablosundaki çarpışmaların, n ögenin zincirlemesi $\alpha = 1/\lg n$ kadar yük oranına sahip olduğunu varsayın. Basit düz kıyımda, bir ögenin aranması için beklenen süre $O(1/\lg n)$'dir.

D Y Varsayalım X, $E[X] = 1/2$ gibi bir göstergesel rastgele bir değişken olsun. Bu durumda

$$E\left[\sqrt{X}\right] = 1/\sqrt{2}.$$

D Y m yuvası olan bir kıyım tablosunun k anahtarı ile tek bir eleman sakladığını, geri kalan yuvaların boş olduğunu düşünün. Bu tabloda r kere, k'ye eşit olmayan başka anahtarları aradığımızı düşünün. Basit düz kıyım olduğunu varsayarsak, r sayıda aramanın, tabloda saklanan bir elemanın saklandığı yuvayı sondalama olasılığı r/m'dir.

D Y *S, n* tane tamsayıdan oluşan bir küme olsun. En kötü durumda, O(1) süresinde bir x tamsayısının S'nin içinde olup olmadığını belirleyecek bir veri yapısı tasarlanabilir.

Problem 4. Yakın Sayılar [17 puan] (3 bölüm)

S'nin, $n \geq 2$ olan ayrışık sayılardan oluşan bir küme olduğunu varsayın. Basitlik açısından, $k \geq 0$ için, $n = 2^k + 1$ olduğunu düşünün. $x, y \in S$ olan bir çift ayrışık sayı eğer,

$$|x - y| \leq \frac{1}{n-1}\left(\max_{z \in S} z - \min_{z \in S} z\right) ,$$

ise, S'nin içinde yakındır. Yani, eğer, x ile y arasındaki uzaklık, en fazla sıralanmış düzende birbirini takip eden sayılar arasındaki ortalama mesafe kadar ise bu sayılar yakın sayılardır.

(a) $n \geq 2$ olan ayrışık sayılardan oluşan her S kümesinin, neden bir yakın sayı çifti içerdiğini kısaca açıklayın.

(b) S'yi, p Є S olan bir sabit elemanla S: $S_1 = \{x \in S \mid x \leq p\}$ ve $S_2 = \{x \in S \mid x \geq p\}$ olacak şekilde iki alt kümeye bölüntülediğimizi varsayalım.

Bu ikisinden birini kanıtlayın.

1. x, y Є S_1 olan yakın her çift, aynı zamanda S'de de yakın sayılardır, veya
2. x, y Є S_2 olan yakın her çift, aynı zamanda S'de de yakın sayılardır.

k Є $\{1, 2\}$ için, x, y Є S_k olan her yakın sayı çiftinin S'de de yakın olduğunun, O(n) süresinde nasıl belirlenebileceğini gösterin.

(c) S içindeki yakın sayı çiftlerini O(n)-sürede bulacak bir algoritma tanımlayın. Algoritmanızın neden doğru olduğunu ve koşma süresini kısaca açıklayın. (İpucu: Böl ve fethet'i kullanın.)

KARALAMA KAĞIDI – Lütfen, sınav sonunda kitapçıktan ayırın.

KARALAMA KAĞIDI – Lütfen, sınav sonunda kitapçıktan ayırın.