



MIT Açık Ders malzemeleri

<http://ocw.mit.edu>

8.01 Fizik I: Klasik Mekanik, Güz 1999

Bu materyallerden alıntı yapmak veya kullanım şartları hakkında bilgi almak için

<http://ocw.mit.edu/terms> ve <http://www.acikders.org.tr> sitesini ziyaret ediniz.

MIT Açık Ders malzemeleri

<http://ocw.mit.edu>

8.01 Fizik I: Klasik Mekanik, Güz 1999

Transkript – Ders 21

Geçen ders, açısal momentum ve tork kavramlarından bahsettim.

Bunlar 8.01 dersinin en zor konularındandır.

Ve sadece çok sayıda pratik yaptığınız zaman, gerçekten anlarsınız.

Eğer çok zaman alırsa, kendinizi kötü hissetmemeniz gerekir.

Çünkü oldukça zordur.

Gelecek 5 ders, sadece bu konular üzerinde duracağım ve çok sayıda örnek göreceksiniz.

Bazılarını anlamak kolay, bazılarını zor ve bazıları oldukça tuhaf.

Kısaca, geçen defa anlattığımız ana şeyleri gözden geçirmek istiyorum ve ilgili olan eşitlikleri tahtada görmektesiniz.

m kütlelerimiz var, ve bu kütlelerin hızı sizin referans çerçevenizden, v olsun.

Bu durumda, p momentumuna sahip olduğu açıktır.

Bu kütle üzerine etki eden bir F kuvveti olabilir.

Ve şimdi rastgele bir Q noktası seçiyorum.

Bu Q noktasına göre konum vektörü.

Seçmiş olduğunuz orijinin ne olduğunu asla unutmayın.

Bu durumda, Q noktasına göre açısal momentum konum vektörü ile p nin vektörel çarpımına eşittir. Ve bu orada yazılı olan 1 nolu denklemimdir.

Yönü tahta düzleminde dik ve bu durumda tahta düzleminde içeriye doğru olacaktır.

Ve büyüklüğü, açığı dikkate almanız şartıyla hesaplanabilir.

Vektörel çarpımdan dolayı, θ nın işaretini almanız gerekir.

Q noktasına göre tork, konum vektörü ile F nin vektörel çarpımı olarak tanımlanır.

Bu durumda, torkun yönü tahta düzleminden dışarı doğru olacaktır.

Ve bunun da büyüklüğü bulunabilir, ancak konum vektörü ve kuvvet arasındaki açıyı dikkate almak zorundasınız.

Tork, açısal momentumda bir değişikliğe neden olur.

Bunu 3 nolu denklemde görmektesiniz.

Eğer hiç tork yok ise, bu durumda açısal momentum değişmeyecektir.

Ve cisimlerden oluşmuş bir sisteminiz, yani buradaki gibi tek cisimden oluşmuş değil de, birbirleriyle etkileşen çok sayıda parçacıktan oluşan sisteminiz varsa,

bu durumda, tüm sistem üzerine hiçbir dış tork, net dış tork olmadığı sürece, tüm sistemin açısal momentumu korunmuş olacaktır.

Bugün 4 nolu ve 5 nolu denklemlerin çeşitli uygulamalarını göreceksiniz.

Geçen defa, dönen cisimlerin kendine has özelliği olan **spin açısal momentumu** hakkında konuştuk.

Orada dönen bir platform üzerinde kendimi feda ederek, buz patencisinin zevki denilen deneyi yaptık.

Önümüzdeki birkaç ders esnasında biraz daha fazla örnek göreceğiz.

Yaklaşık kütle merkezinden geçen eksen boyunca dönmenin olduğu durumda,

kütle merkezinden geçen sabit bir eksen üzerinde, açısal momentumu hesaplarken, açısal momentumu aldığınız noktayı belirlemek zorunda olmamanız özgün bir özelliktir. Herhangi bir noktayı alabilir ve her zaman aynı şeyi elde edersiniz.

Fakat bu durumda bu doğru değildir.

Ve bu açısal momentumu oldukça benzersiz kılar.

Açısal momentumun bu kadar zor olmasının sebebi, açısal momentumun seçtiğiniz noktaya bağlı olmasıdır.

Ve bir problemde, bazen açısal momentumun değiştiği bir noktayı seçebilirsiniz.

Fakat benzer bir problemde, açısal momentumun değişmediği bir noktayı da seçebilirsiniz ve her iki çözüm de geçerli olacaktır.

Böylece her zaman onu oldukça kolay yapmayan bir seçeneğiniz vardır.

O halde geçen defa da yaptığım bir örnek ile başlayalım. Orada dünya veya güneş etrafında dolanan bir cismimiz vardı.

Şimdi güneş etrafında dolanan dünyayı ele alalım. Bu güneşin konumu ve dünya burada, m kütlesine sahip ve büyüklüğü değişmeyen fakat yönü değişen bir hız ile dolanmaktadır.

C noktasına göre konum vektörü r_c , ve bu durumda merkeze yönelik olan F çekim kuvveti söz konusu, ve ω açısal hızımız da bu yöndedir.

1 nolu denkleme gider, C noktasına göre olan L_C açısal momentumunun büyüklüğü ve yönü bellidir.

Oturduğunuz noktadan görüldüğü gibi, eğer saat ibrelerinin tersi yönünde dönüyorsa, bu durumda açısal momentumun yönü tahta düzleminden dışarı doğru olacaktır.

Bu yüzden, sadece büyüklüğü ile ilgileniyorum.

r_c çarpı m çarpı v olacaktır.

Ve vektörel çarpım konusunda endişeye kapılmamamın sebebi, açının 90 derece olmasıdır. Böylece θ açısının sinüsü 1'e eşit olacaktır.

Şimdi, v yi orada bırakmayı istemeyebiliriz. Bu size kalmış.

v yerine daima ωR yazabilirsiniz. Ve bu durumda daima $m R_c^2$ çarpı ω yazabilirsiniz.

Her ikisinden birini kullanmak yeterlidir.

Eğer, R dairenin yarıçapı ise, bu durumda her zaman $m R^2$ kare ω olacağı açıktır. 5 nolu denkleme seçmiş olabilirsiniz ve hemen, Q noktası etrafında, burada C noktasında bir dönme söz konusudur ve açısal momentumun büyüklüğünün, eylemsizlik momenti çarpı ω olduğunu söyleyebilirsiniz.

C noktasındaki eylemsizlik momentinin mR^2 kare olduğu açıktır ve bunu ω ile çarpıyorum. Ve buradan da aynı cevabı elde edeceğinizi görürsünüz.

Bu 1 nolu denklem ve bu 5 nolu denklem.

Eğer 2 nolu denkleme gidersem, bu durumda 2 nolu denklem bana, eğer sadece C noktasını seçersem, C noktasına göre torkun sıfır olacağını söyler.

Çünkü, 2 nolu denklemde kuvvet ve konum vektörü arasındaki açı 180 derecedir.

Cismin burada, şurada yada burada olması hiç fark etmez. Böylece C noktasına göre olan tork sıfırdır. Ve yine açısal momentumun C noktasına göre değişmediğini biliyorum. Sadece C noktasına göre değişmemektedir. Çünkü burada, şurada ya da burada seçmiş olduğunuz herhangi bir başka nokta için bir tork vardır ve açısal momentum değişecektir. Ve böylece C noktası için bazı şeyler özel olacaktır.

Bu durumda sadece C noktası için, açısal momentum korunumludur.

Şimdi açısal momentumun sadece bir noktaya göre korunumlu olduğu diğer noktalara göre ise korunumsuz olduğu başka bir örnek alıyorum.

Bir cetvel ya da bir çubuk alıyorum. Çubuk M kütleline ve l uzunluğuna sahip ve C bu çubuğun kütle merkezi; fakat ona P noktası etrafında dönmesi için bir kuvvet uyguluyorum.

Ve bu mesafe d .

Bu düzlemi yatay sürtünmesiz düzlem olarak düşünün ve onu bir açısal hız ile döndürüyorum.

Onu bu yönde döndürdüğümüzü ve bu P noktasından kuvvet uyguladığımızı varsayalım.

Tahtaya dik olacak şekilde bir çivi koyuyorum ve onu döndürüyorum.

Açısal momentumun P noktasına göre büyüklüğünün ne olduğunu bilmek istiyorum. Ve bunun için hemen 5 nolu denkleme gidiyorum ve bu denklem bana açısal momentumun P noktasına göre olan eylemsizlik momenti ω olduğunu söyler.

Paralel eksen teoremini hatırlıyorum.

Ve tahta düzlemine dik olan bu eksen boyunca kütle merkezi etrafında dönme için eylemsizlik momentinin $1/12 M l^2$ olduğunu biliyorum.

Demin tabloya yeni baktım; çünkü bunun ne olduğunu hatırlamıyordum.

Böylece bu, eksen etrafındaki eylemsizlik momenti olacaktır. Ve bu durumda paralel eksen teoremi $M d^2$ kare ifadesini eklemem gerektiğini söyler. Sonra bunu ω ile çarparım.

L nin yönü ile ilgilenmiyorum. Çünkü bunun hangi yön olduğu açıktır.

Eğer saat yönünde dönüyorsa, Bu durumda açısal momentumun yönü tahta düzlemine dik ve içeri doğru olacaktır.

P noktasında bu cetvel üzerine etki eden bir kuvvet olduğunu ve kuvvetin bu yönde olduğunu iddia ediyorum.

Ve bunu en iyi şekilde, her iki tarafında eşit kütleler bulunan, kütlesi ihmal edilebilen bir çubuk örneği ile görmenizi sağlayabilirim.

Ve tahta düzlemine dik olan bu eksen etrafında döndürüyorum.

Burada bir merkezci kuvvet ve burada da bir merkezci kuvvet olacaktır; her ikisi birbirine eşittir. Ve her ikisi birbirini yok eder. Ve böyle iki cismin dönmesi durumunda dönme noktasında hiçbir kuvvet olmayacaktır.

Eğer böyle bir durum varsa, bu kütesiz olan çubuğum ve bu da iki eşit kütle, onları bu nokta etrafında döndürdüğümde, bu merkezci kuvvet bundan daha büyük olacaktır. Simetrik olmayan bir durum söz konusudur. Bu çivi üzerine etki eden bir kuvvet olacaktır.

Cetvel çiviye itecektir. Etki tepkiye eşittir

İğne de cetveli itecektir.

Ve buradaki aynı asimetriden dolayı, çivi tarafından P noktasına uygulanan bir kuvvet olacaktır.

Fakat bu P noktasına göre tork alacağım için, bu kuvvetin ne olduğu umurumda bile değil.

Ve P noktasına göre tork aldığım zaman, P noktasından geçen herhangi bir kuvvet etki yapmayacaktır. Çünkü konum vektörü sıfırdır.

Fakat orada bir kuvvetin olduğunu anlamanızı istiyorum. Böylece eğer P noktasına göre tork alacak olursam, bu kuvvetin ne olduğu umurumda olmaz.

P noktasına göre olan tork sıfır ve böylece P noktasına göre alınan açısal momentumun korunumlu olduğu açıktır.

P noktasına göre açısal momentum korunumludur.

Herhangi bir başka noktayı alın.

Hangi noktayı aldığınız önemli değil, bu Q noktasını alın, bu noktayı alın, şu noktayı alın

Bu durumda açısal momentum korunumlu değildir.

Eğer Q noktasını alırsam, bu konum vektörü ile F kuvvetinin vektörel çarpımlarının sıfır olmayacağını hemen görürsünüz. Böylece Q noktasına göre bir tork vardır.

Açısal momentum korunumlu değildir.

Sadece bu noktada korunumludur.

Bu nokta oldukça özel bir noktadır.

Şimdi aynı cetveli alıyorum, fakat onu kütle merkezi etrafında döndüreceğim.

Cetvel burada ve şimdi kütle merkezi etrafında döndüreceğim.

Dönme aynı yönde.

Bu ders salonunda sabit bir eksenim var ve orada kütle merkezi etrafında dönüyor.

C kütle merkezi.

Şimdi henüz açıklamış olduğum simetriden dolayı çivi üzerine etki eden herhangi bir kuvvet yoktur. Böylece çivi de çubuk üzerine bir kuvvet uygulamamaktadır. Eğer bu sürtünmesiz bir cisimse, bu durumda hiçbir kuvvet söz konusu değildir.

Eğer hiçbir kuvvet yok ise, bu durumda herhangi bir noktaya göre olan tork sıfırdır.

Sadece bu noktaya göre değil, aynı zamanda şu noktaya göre de, bu noktaya göre de sıfırdır.

Hiçbir kuvvet olmadığı için, bu durumda r ile F nin vektörel çarpımı sıfırdır.

Şimdi 6 nolu denklemde ifade ettiğim, özel bir durumu görmektesiniz.

Şimdi, dönen cismin açısal momentumunun hangi noktayı seçerseniz seçin sıfır olduğu özel bir durum elde etmiş oldunuz.

Bunu spin açısal momentumu olarak adlandırıyoruz.

Bu dönen bir cismin kendine özgü bir özelliğidir ve seçmiş olduğunuz her noktaya göre daima aynıdır.

Ve açısal momentumun büyüklüğünün ne kadar olduğunu bilmek istiyorsanız,

C kütle merkezine göre hesapladım,

bu 6 nolu denklem ile verilir ve C kütle merkezinden geçen eksen için eylemsizlik momenti çarpı kütle merkezi etrafındaki ω açısal hızı ile verilir.

CM, kütle merkezi

ve C aynı nokta.

Kütle merkezinden geçen eksen için eylemsizlik momenti nedir? Bu 1 bölü 12 $M / kare$ dir.

Bunu, şimdi 1 bölü 12 $M / kare$ çarpı ω şeklinde elde ederim.

Şimdi bu, asıl spin açısal momentumudur ve seçmiş olduğunuz her nokta için aynıdır.

Eğer uzayda bir nokta seçmiş olsam bile, aynı açısal momentuma sahip olduğunu kanıtlayabilirsiniz.

Şimdi diğer uygulamalara bakacağız.

Çok sayıda uygulama söz konusudur. Ve önümüzdeki dört veya beş derste birçoğunu inceleyeceğiz.

Bazı durumlarda "Evet, evet, bunu anlamak çok kolay, oldukça açık diyeceksiniz ve bazı durumlarda, "Hmm, o kadar kolay değilmiş" diyeceksiniz ve bazı durumlarda ise oturduğunuz sandalyeden dahi düşeceksiniz.

Tamamen tuhaf bir şey; anlaması oldukça zor, buna inanamayacaksınız bile.

Oldukça doğal bir şekilde çalıştığını sizlere gösterene kadar buna inanamayacaksınız.

Bunu daha sonra göstereceğim, bugün değil.

7 nolu ödevde sizlere bir problem verdim, problem 7.9

Bu problemde bir cetvel ya da bir çubuk sürtünmesiz yatay bir masa üzerinde durmakta ve M kütlesi ile l uzunluğuna sahip ve bu C noktası kütle merkezi.

Ve bu cetveli itiyorum.

Cetvelin yönüne dik olacak şekilde bir impuls ya da itki veriyorum.

İşte, onu vurarak itiyorum.

Bir kuvvet cetvelin üzerine belirli bir süre için etki edecektir.

Ve bu mesafe d olsun. Sanırım problemde d olarak verdim.

Masa sürtünmesiz ve çok kısa zaman için itiyorum.

“Şimdi bu cisim ne yapacaktır?” diye soruyu soruyorum. İçgüdünüz sizlere ne söylüyor? Kesinlikle bu yönde gideceğini söyleyeceksiniz. Sürtünmesiz olduğunu unutmayın. Vurduktan sonra ne olursa, bu olay sürekli bir şekilde devam edecek.

Asla durmayacak.

Hepiniz bu yönde hareket edecek diyeceksiniz. Bunun anlaşılması güçtür, fakat doğrudur.

Fakat dönmesine ne dersiniz? Dönecek midir? Ve eğer dönerse hangi nokta etrafında döner? Dönme noktası ona nereden vurduğunuza bağlı olabilir diyeceksiniz. Bu makul bir sezgi olur, fakat doğru değildir.

Kütle merkezi etrafında dönmesi gerekir.

Başka bir nokta etrafında dönme olamaz.

Argümanımız geçerli olması için bu nokta etrafında döndüğünü varsayalım.

Ona vurduktan sonra, bu nokta etrafında döner.

Bu kütle merkezinin böyle bir hareket yapacağı anlamına gelecektir.

Ve bunun böyle yapmasına izin yoktur çünkü kütle merkezi tüm kütlenin bir noktada toplanmış olduğu bir nokta gibi davranır.

F eşit M çarpı a eşitliği, kütle merkezi için geçerlidir.

Kütle merkezi, tüm kütlelerin bir noktada toplanmış olduğu bir nokta gibi düşünüldüğü için, darbeden sonra bu nokta asla böyle bir hareket yapamaz.

Bu nokta bunu asla yapamaz. Bu çok saçma olur.

Sadece bu nedenden dolayı, bu etkinin kütle merkezine sadece bu yönde bir hız vereceğini ve bunun asla değişmeyeceği sonucuna varmalısınız.

Buna ek olarak, bu kütle merkezi etrafında bir açısal hız verecektir.

Ve eğer hiçbir sürtünme yoksa bu asla değişmeyecektir.

Böylece kısa bir süre sonra, kütle merkezi hala bu çizgi üzerinde kalarak bir, iki, üç dönme yapabilir.

Bu I nın ne kadar büyük olduğuna ve bu d mesafesine bağlıdır. Şimdi bu şekilde olduğunu varsayalım ve bu durumda güle oynaya, ω_C açısal hızı ile dönecek ve daima v kütle merkezi hızı ile hareketine devam edecektir.

Ve bu problemde, sizlerden kütle merkezinin hızını hesaplamanızı ve kütle merkezi etrafında dönme durumunda, açısal hızı hesaplamanızı soruyorum.

Sizlere biraz yardım edeceğim ve umarım PIVoT da sizlere birazcık yardımcı olabilir.

Kütle merkezi için, her zaman geçerli olan şey ne olmalıdır?

Kütle merkezi bir nokta kaynak gibi davranır ve her zaman kütle merkezi için F eşit M çarpı a ifadesi geçerli olmalıdır.

Bu gerçekten kütle merkezinin en önemli ana karakteristiklerinden biridir.

Eğer büyüklüğüne bakarsak, F çarpı Δt eşit M çarpı a_{cm} çarpı Δt olur

Kuvvet belirli bir süre için etki etmiştir ve bu itkidir.

Fakat eğer vurmadan önce hız sıfır ise, bu durumda a çarpı Δt açıkça kütle merkezinin sonraki hızıdır.

v eşit a çarpı t dir. Doğru mu? Ve başladığımızda v sıfır idi.

Ve hemen impulsun yani itkinin, I eşit M çarpı kütle merkezinin hızı şeklinde olacağını göreceksiniz. Ve böylece kütle merkezinin hızı, I bölü M ye eşittir.

Problemin birinci kısmını sizin için ben çözmüş oldum.

Burada önemli olan, d den tamamen bağımsız olmasıdır.

Burayı d olarak seçmiştik

Tamamıyla d den bağımsızdır.

İster buradan, ya da ister oradan aynı itki ile itmiş olmanız, hiçbir değişiklik yapmayacaktır.

Kütle merkezi bir nokta kaynak gibi davranır.

F eşit Ma

Ve kütle merkezinin hızı sadece I 'ya ve cismin kütlesine bağlıdır.

I , ne kadar büyük ise hız da o kadar büyüktür.

Bu şüphesiz oldukça sezgiseldir.

Ve kütle ne kadar büyük ise, hız o kadar küçüktür.

Fakat şimdi daha zor kısımlar geliyor. Büyük oranda sizlere daha zor kısımları bırakacağım fakat bazı ipuçları vereceğim. Şimdi sizlerden, kütle merkezi etrafında dönme durumunda, ω nın ne olduğunu hesaplamanızı istiyorum.

Ve şimdi orijini yani başlangıç noktasını seçmek zorundasınız. Çünkü tork ile ilgileniyorsunuz. Değişen açısal momentum ile ilgileniyorsunuz, böylece muhtemelen C yi başlangıç noktası olarak seçeceksiniz.

Ve siz, tamam, “çarpmadan önce ve çarpımdan sonra C noktasına göre açısal momentumun ne olduğunu düşünelim” diyeceksiniz.

Eğer bunu bir çarpışma olarak adlandırırsanız, C noktasına göre tork nedir? r_C konum vektörü burada, C noktasına göre tork r vektörel çarpım F , ve bu belli bir zaman etki eden kuvvet, böylece bu kesinlikle sıfır değildir.

C noktasına göre bir tork olduğunu açıkça görebilirsiniz. Ve eğer C noktasına göre bir tork söz konusu ise, C noktasına göre olan açısal momentum da değişiyor olmalıdır.

Evet, kesinlikle değişiyor. Çünkü itmeden önce açısal momentum sıfır ve itmeden sonra açısal momentum I_{cm} çarpı ω_{cm} şeklindedir.

Eğer cisim kütle merkezi etrafında dönüyor ise, onun açısal momentumunun I çarpı ω şeklinde olduğunu görürsünüz.

Önceden sıfır idi, sonra ise bu şekilde olur.

Yani açıkça kütle merkezi etrafında dönme durumunda bir tork olmalıdır.

Ve şimdi tüm yapmanız gereken şey, bir şekilde açısal momentumdaki değişmeyi, d mesafesi ve I ile ilişkilendirmektir.

Ve eğer d daha büyük değerler alırsa, kütle merkezi etrafında dönme, ω açısal hızının artacağını göreceksiniz.

Bu oldukça hassas bir konudur.

Ve aynı zamanda bir o kadar sezgiseldir. Eğer tam ortasından iterseniz dönmesini bekleyemezsiniz.

Bunun, sadece ona öteleme yaptıracağını bekleyebilirsiniz.

Ve böylece, kütle merkezinin hızının nereden ittiğinize o kadar hassas olmadığı açıktır. Fakat kütle merkezi etrafında dönme için açısal momentum son derece hassastır. Bunu sizlere birazdan göstereceğim.

Eğer buradan iterseniz, herhangi bir dönme hareketi bekleyemezsiniz.

Bazılarınız, ben başlangıç noktası olarak C yi seçmeyi sevmiyorum diyebilir.

Başka bir noktayı başlangıç noktası olarak alacağım diyebilir.

Bu P noktasını başlangıç noktası olarak seçeceğim, ya da bu çizgi üzerindeki başka bir noktayı alacağım diyebilir. Açısal momentum bu noktaya göre korunumlu olmalıdır. Çünkü bu noktaya göre herhangi bir tork söz konusu değildir.

Buradan şuraya olan herhangi bir konum vektörü, kuvvet ile aynı yönde olacağından dolayı r vektörel çarpım F sıfırdır.

Böylece, sonsuz sayıda noktaya sahip olabiliriz.

Bu çizgi üzerindeki tüm bu noktalar için tork sıfırdır.

Böylece P noktasına göre tork sıfırdır. Bu durumda P noktasına göre, L açısal momentumu korunumdur.

Vurmadan önce ve sonra da sıfırdır.

Bu ilginç değil mi? Ve sizler bu problemi çözebilir ve seçmiş olduğunuz, bu P noktası için kütle merkezi etrafında dönme durumunda, aynı açısal momentum değerini elde edebilirsiniz.

Sadece zevk meselesi.

Çoğunuz belki de C noktasını seçecektir. Fakat eğer P noktasını seçerseniz, problem daha da kolay hale gelecektir.

Her ikisi de aynı çözümü verir. Ve her iki durum için çözümün de cevaplarda olmasını istiyorum.

Her iki durumda da yapılabileceğini göreceksiniz.

Burada itebileceğim bir cetvelim var.

İşte cetvel burada.

Burası kütle merkezi ve bu çizgi referans çizgisi

Yapacağım şey, onu referans çizgisine paralel olarak itmektir.

Eğer başarılı olursam, bu durumda dönmeye başlayacaktır. Fakat kütle merkezi bu çizgi üzerinde kalmalıdır. Ve bu nereden ittiğime bağlıdır.

Eğer bu çizgiye tam olarak paralel itmezsem, kütle merkezi bu çizgi üzerinde kalmayacaktır.

Bu durumda gülmeye başlamayın.

Bu, açımın tam olarak bu yönde olmadığı anlamına gelir.

Bundan dolayı, bu çizgi üzerindeki yön boyunca vurmaya çalışacağım.

Tam olarak ortadan vuracağım. Bu durumda herhangi bir dönme olmasını bekleyemem.

Sadece kütle merkezinin hareket etmesini beklerim.

Burada çok miktarda, sürtünme olur ve bu cetvel durur; sonsuza dek devam etmez.

Şimdi deneyelim.

Çok iyi olduğunu gördünüz.

Hareket etti, ötelendi ve çizgi üzerinde kaldı; fakat dönmesi oldukça zor, çünkü onu kütle merkezine oldukça yakın bir noktadan ittim.

Şimdi kütle merkezinden uzakta olan bu noktadan iteceğim. Eğer yeterince şanslıysam ve aynı zamanda doğru yerden itersem, bu noktanın bu çizgi üzerinde kalmasını bekleyebilirim. Bu durumda, kesinlikle böyle dönmeye başlayacaktır.

Bunu deneyelim.

Fena değil.

Gördünüz, neredeyse bu çizgi üzerinde kaldı.

Bu itmemin neredeyse mükemmel olarak bu yönde olduğunu gösterir ve döndüğünü gördünüz.

Bir kez daha yapacağım.

Oh, buna bakın.

Çok uzağa gidiyor.

Çok daha büyük bir açı içinde döndü.

Kütle merkezi gerçekten bu çizgiye yakın, şanslıydım ve ittiğim yön, bu siyah çizgiye oldukça paraleldi.

Şimdi torkun başka bir uygulamasına geçiyorum.

Ve bu basit harmonik hareketle ilgili.

Bir sarkacın salınımının periyodunu hesaplayabiliriz.

Bu oldukça kolaydır.

Çoğunuz, bunun nasıl yapıldığını daha lisedeyken öğrendiniz.

Kütsüz bir ip, ucunda bir cisim ve onu salındırıyorsunuz. Ve eğer açı çok büyük değilse basit harmonik hareket yapacaktır.

Fakat şimdi böyle bir cetveliniz olduğunu varsayın. Ve burada küçük bir deliğiniz olsun. Ve onu bu şekilde salındıracaksınız.

Şimdi bu salınımın periyodu nedir? Bu bir matematiksel baş ağrısı gibi görünüyor.

Ama şimdiye kadar edindiğimiz bilgilerle, bu problem çok kolay bir şekilde çözülebilir. Ve bu oldukça karmaşık sistemin salınım periyodunun ne olacağı konusunda oldukça iyi bir tahminde bulunabiliriz.

Hatta, çivi boyunca salınım yapan bu acayip hula çemberi için bile, edindiğimiz bilgiler yardımıyla hesaplama yapılabilir. Yada en azından biraz zaman ayırırsak birazdan öğreneceğiniz bilgilerle bunu elde edebilirsiniz.

İlk olarak cetvel örneği ile başlayalım.

Cetvelin kütlesi M ve uzunluğu l .

Burası cetvelin kütle merkezi ve onu buradan bir iğne geçirerek P noktası etrafında dönmesi için zorlayacağım. Neredeyse sürtünmesiz ve kütle merkezi ile P noktası arasındaki mesafe b , ve bu θ açısı.

İğne etrafında, tahtaya dik olarak döner.

Kesinlikle bu P noktası boyunca kuvvetler olacaktır.

Bununla ilgilenmiyorum ve şimdi sizinle hangi noktaya göre tork alacağımı tartışmayacağım.

Sadece, P noktasına göre tork alma konusunda ısrar edeceğim. Böylece bu iğne boyunca geçecek olan bütün kuvvetlerden kurtulmuş olurum.

Bu iğnenin, cisim üzerine uygulamış olduğu herhangi bir kuvvetten kurtulmuş olurum.

Hepsi yok olur. Umurumuzda değildir.

Şimdi tek endişelendiğim şey, bu Mg ve bu r_P konum vektörü.

Bunlar, torku belirler.

Ve eminim tork, zamanla değişecektir.

Ve torkun büyüklüğü, Mg çarpı bu mesafe olan b ye eşittir. Fakat şimdi bu θ açısının sinüsünü almak zorundayım. Çünkü bununla F arasındaki bir vektörel çarpım olduğunu hatırlayın.

Ve vektörel çarpım ifadesinde açının sinüsü var.

Ve böylece bunun büyüklüğü, Mg çarpı b çarpı $\sin\theta$ olacaktır.

Bu r vektörel çarpım F dir.

r vektörel çarpım F nin büyüklüğüdür.

Bu F , ve bu r .

4 nolu denkleme gidiyorum ve bu tork, tahta düzlemine dik olan ve P noktasından geçen eksen boyunca P noktası etrafındaki eylemsizlik momenti çarpı α açısal ivmesi şeklindedir. Ve bu zamanla değişecektir. θ da zamanla değişecektir.

Fakat önemli olan bir şey var.

Bu tork, geri çağırıcı bir torktur.

Onu tekrar dengeye getirmek istemektedir.

Ve bu durumda, yaydaki aynı sebepten dolayı burada bir eksi işaretine ihtiyacımız var. Yay ile yaptığımızda kuvvet eksi kx idi, artı kx değildi.

Şimdi, küçük açı yaklaşımını kullanabilirim.

Bu arada α ; ω noktaya, yani açısal hızın birinci türevine eşittir.

Bundan dolayı, aynı zamanda θ çift noktaya da eşittir

Bunu oraya yazdım.

Ve θ açısı bu açı.

Burada gördüğünüz şey açıdaki değişim miktarıdır.

Küçük açı yaklaşımı ile $\sin\theta$ nın θ olduğunu söyleyebilirim.

Bunu, açının radyan biriminde olması şartı ile daha önceden yapmıştık.

Ve bu durumda $Mgb\theta$ artı P noktasına göre I çarpı θ çift nokta eşit sıfır elde ederim.

Ve şimdiden bunu hissetmeye başladım.

Şimdiden basit harmonik hareketin kokusunu almaya başladım ve sizler de başlınız.

θ çift noktayı yalnız bırakarak yeniden bu eşitliği yazarsak, θ çift nokta artı Mgb bölü I_p çarpı θ eşit sıfır elde edilir ve bu kesinlikle θ cinsinden basit harmonik harekettir.

Ve bunun çözümü, θ_t eşit θ_{mak} çarpı $\cos(\omega t + \phi)$ şeklinde olmalıdır.

Bu ω nın, bu ω ile hiçbir ilgisi yoktur.

Bu açısal hız ve bu da açısal frekans.

Bu asla değişmez..

Bu salınımın periyodu ile alakalıdır.

Bu her zaman değişmektedir.

$d\theta / dt$ her zaman değişiyor.

Cisim burada olduğu zaman, $d\theta / dt$, en büyük değerini alır.

Cisim burada durduğu zaman ise $d\theta / dt$, sıfırdır.

Yani, açısal hız zamanla değişmesine rağmen, bu ω sabittir. Ve fizikte, bir problem içinde, aynı sembolü tamamen iki farklı manada kullanmak sıkıntıdır.

Her neyse, bu ω açısal frekansının Mgb bölü I_p nin kareköküne eşit olduğunu biliyoruz, ve böylece salınımın periyodu 2π bölü bu ifade olmalıdır.

Yeri gelmişken, cismin kütesinden bağımsızdır.

Fakat sizler, paydada bir kütle olduğunu söyleyebilirsiniz. Evet, evet, ama aynı zamanda payda da bir kütleyle sahip, çünkü P noktasına göre eylemsizlik momenti ifadesinde de kütle var.

P noktasına göre eylemsizlik momentini, hemen paralel eksen teoremini kullanarak bulabiliriz.

Eğer bu cetvel kütle merkezi boyunca, bu eksen etrafında döndürülürse, bu durumda 1 bölü 12 M / kare ifadesine, M b kare terimini de eklemeliyiz.

Benzer şeyi orada yapmıştık.

Böylece, paralel eksen teoremine göre, bu 1 bölü 12 M / kare artı M çarpı b kare olur.

Ve bu durumda M leri götürürsem; periyodu, 2π çarpı karekök 1/12 çarpı / kare artı b kare bölü gb şeklinde elde ederim.

Düşündüğünüz zaman, bunun çok basit bir sonuç olduğunu görürsünüz.

Yani, bunu başka bir şekilde yapmanın tam bir baş ağrısı olacağını ifade etmek istiyorum.

Ve bu, her zaman beni hayrete düşürür.

Bazılarınız fiziğin zor olduğunu düşünürsünüz. Fakat ben her zaman tam tersini düşünüyorum.

Daima böyle düşünürüm.

Fizik, çok zor olan şeyleri kolay hale getirmek için vardır.

Buna bir bakın. Bu bir iğne etrafında merkezden biraz farklı noktada dönen oldukça karmaşık bir sistem. Ve burada periyot için oldukça açık bir ifade görülmekte.

Bu durumda, b eşit 40 santimetre ve cetvel ise tam 1 metre.

Yani l , eşit 1 metre, ve b yaklaşık 40 santimetre, fakat 2 milimetre yanılabiliriz.

Bunu tam olarak doğru bir şekilde elde etmek kolay değildir.

Yani 40 santimetre artı eksi 0.2 santimetredir.

Bu yaklaşık % yarımlık bir belirsizliktir.

Payda l kare ve b kare ve paydada ise b var ve bu hata analizini biraz karmaşık yapar.

Eğer bu değerlere bağlı kalırsam, bu durumda periyodun 1.565 saniyeye oldukça yakın olacağını bulabilirim.

Bu, g için 9.8 alınarak ve l ve b değerleri yerine konularak elde edilen değerdir.

Her zaman ihtiyatlı olmayı tercih ettiğim için, yaklaşık 0.01 saniye bir belirsizliği dikkate alacağım. Ve bir ölçüm yapmak ve sizlere ne elde edeceğimizi göstermek istiyorum.

Bunun için, burada bir cetvel var.

Onu küçük açıda salındıracağız.

Açıyı biraz daha büyük yapabiliriz.

Önce onu durduralım ve benim tarafımda durduğu an zamanı başlatacağım.

Böyle yapmak her zaman en kolaydır.

Şimdi, bir, iki, üç, dört, beş, altı, yedi, sekiz, dokuz, on

Elde ettiğimiz değere bakın. Hata sınırları içinde oldukça doğrudur.

Oldukça ilginç. Fizikte böyle oldukça kompleks bir sistemin üstesinden çok kolay bir şekilde gelinebilir değil mi?

15.71 ve benim reaksiyon zamanının daima 0.1 saniye, dolayısıyla uyum oldukça mükemmel.

Bunu bir kez cetvel ile yaptıktan sonra, şimdi sizlere bu bilgiyi, daha da ilginç bir sistem olan çembere uygulayabileceğinizi göstereceğim.

Bir hula çemberi alacağız ve aynı şeyi, bu hula çemberi için de yapacağız.

Ve yöntem tam olarak aynı olacaktır.

Ve hula çemberinden geçen bir iğnemiz var.

Bu hula çemberi, bu nokta P noktası ve bu kütle merkezidir.

Bunu C olarak adlandırıyorum.

Şimdi bu şekilde.

Biraz sonra, kütle merkezi burada ve bu açı θ olacak.

Hula çemberinin kütlesi M ve yarıçapı R.

P noktasında kuvvetler olacağını biliyorum. Fakat onları önemsemiyorum.

Tek önemsemişim şey, bu Mg ve r_P konum vektörü.

Ve her şey paralel gider.

P noktasına göre tork alacağım ve bu tork Mg çarpı R çarpı $\sin\theta$ olacaktır.

Ve bu P noktasına göre eylemsizlik momenti çarpı θ çift noktanın eksi işaretlisine eşit olmalıdır.

P noktasına göre eylemsizlik momenti nedir? Bu, kütle merkezine göre dönme eylemsizlik momenti artı M R karedir.

Bu paralel eksen teoreminin sonucudur.

Bu eksen etrafında dönme için eylemsizlik momenti, açıkça M R karedir. Çünkü tüm kütle bu R yarıçaplı çember boyunca dağılmıştır. Bundan dolayı, bu tüm kütlelerin toplamı çarpı yarıçapın karesidir.

Böylece bu M R kare artı M R kare olacaktır. Yani 2M R karedir.

Bunu, bu tarafa getirirsek ve eğer küçük açı yaklaşımını kullanırsak, θ çift nokta artı MgR çarpı θ bölü I_P eşit sıfır elde ederiz.

Bu θ cinsinden basit harmonik hareket olup oradaki çözüm ile tam olarak aynıdır. Fakat şimdi periyot için 2π çarpı karekök I_P bölü MgR elde ederiz.

Fakat burada I_P 2M R karedir.

Böylece periyot, 2π çarpı karekök $2M R$ kare bölü MgR olarak elde edilir ve bu 2π çarpı karekök $2R$ bölü g dir.

Ve bu oldukça güzel bir sonuçtur. Eğer l uzunluğu $2R$ olan ve ucunda bir kütle olan ve kullanılan ipin kütlesiz olduğu bir sarkacım var ise, tamamen aynı sonucu elde ederim.

Bir sarkacın periyodunun 2π çarpı karekök l bölü g olduğunu hatırlayın.

Bu ifadede de kütlenin olmadığını fark edin.

Bu sadece, geometri meselesidir.

Salınımın periyodunu belirleyen tek şey geometridir.

Ucunda bir kütle asılı olan bir basit sarkaç durumunda da, periyot kütleden bağımsız; yaylarda böyle değil. Her zaman yerçekimi ile ilgili.

Sizlere ilk olarak göstermek istediğim şey, eğer burada ucunda elma bulunan bir ipim varsa, elmanın merkezi yaklaşık olarak burada ise ve ipin uzunluğu hula çemberinin çapı ile aynı uzunlukta ise, bu durumda her ikisi de muhtemelen aynı periyoda sahip olacaklardır.

Görüyorsunuz, birbirleriyle tam olmasa da gayet güzel bir uyum içerisindeler. Çünkü uzunlukları tam olarak aynı yapamadım fakat bayağı yakın değerdeler.

Böylece sonuçların gerçekten mantıklı olduğunu görmektesiniz.

Fakat şimdi bir adım daha ileri gitmek istiyorum.

Nicel bir hesaplama yapmak istiyorum. Çünkü hula çemberinin yarıçapını biliyorum.

Sanırım yarıçapı 40 santimetre ve bunu yaklaşık 0.5 doğrulukta bilmekteyiz.

Böylece R , 40 artı eksi 0.5 santimetre.

Sizler, “yarım santimetreden daha iyi ölçemez misiniz?” diyebilirsiniz

Yaklaşık bu kadar büyüklükte, yarım santimetre. Bunun sebebi hula çemberinin mükemmel bir çember olmamasıdır.

Ve eğer çapını, farklı yerlerden ölçerseniz, her zaman aynı sonucu elde edemezsiniz. Belirsizliği yarım santimetre olarak hesaba katmamın sebebi bu.

Böylece R de, % 1 lik bir belirsizlik söz konusudur. % 1.

Karekök içinde bunun değeri % 0.5 olur.

Bu durumda eğer buradaki değerleri yerine koyarsam tahminen, 1.795 değerini elde ederiz. Bunun % 0.5 lik belirsizliği, yani 1.79 un % 0.5 i kolaylık olsun diye, yaklaşık olarak 0.01 saniye eder.

Bu benim tahminimdir. 10 salınım yapacağım ve bu bana 10 salınımda 0.1 saniyelik bir belirsizlik verecektir ve 1 salınım için ise belirsizliğim 0.01 saniye olacaktır.

Şükran günü eve geldiğinizi ve bunu anne babanıza gösterdiğiniz ve yeri gelmişken “Baba, Anne, bu salınımın periyodunu hesaplayabilir misiniz?” dediğinizi düşünün. Onların yüzlerinin rengi değişecek, solacaklar, sararacaklar, siz cebinizden çıkarıyorsunuz ve sadece böyle yapıyorsunuz.

Oldukça basit,

Sadece basit değil, fakat aynı zamanda bir gösteri bile yapabilirsiniz.

Onu kendilerine gösterebilirsiniz.

Sizinle gurur duyacaklardır.

Tamam, bunu deneyelim.

İşte başlıyoruz.

Küçük aç.

Bu yaklaşık beş derece, yedi derece.

10 derecenin çok üzerinde bir açıda bunu yapmazsanız çok büyük bir fark yaratmayacaktır.

Esnemesinden hoşlanmam.

Burada durduğu zaman başlatacağım.

Şimdi! Bir, iki, üç, dört, beş, altı, yedi, sekiz, dokuz, on.

Vay canına, şuna bakın.

18.07; 18.07

Eğer bunu 10 a bölersem bu durumda 1.807 elde ederim.

Ve bunu, 1.81 olarak alalım.

Ve eğer bu hatayı hesaba katarsanız

Bunu, 1.807 olarak yazalım.

Oldukça etkileyici.

Beş dakikamız kaldı ve bu beş dakikayı kullanmak istiyorum.

İlk olarak gelecek beş dakikada yapacağım şeyden dolayı affınızı dileyeceğim. Çünkü şimdiye kadar şaşkına döndünüz ve şimdi sizin ilginizi çekerek bunu biraz daha zor yapacağım.

Ve bu ilgi çekme, hayatı gerçekten ilginç yapmaktadır.

Eğer bir cismi, bir topacı döndürürsem, her zaman topaç üzerinde bir sürtünme kuvveti olur ve topaç durur.

Bu çok açık.

Bunları gördük.

Ve eğer size sınav tekrarı yaptığım zamandaki gibi durmaz ise, bu durumda bir şeyler oluyor demektir.

Bu durumda kandırılıyorsunuz. Ve kandırılmışsınızdır.

Kesinlikle orada küçük siyah kutu içinde dönmeyi sağlayan bazı şeyler oluyordu.

Sonsuza kadar devam edemez.

Bu yüzden her ne zaman buradaki laboratuvar da bir şeyleri döndürseniz, dış uzaydan farklı olarak daima onun üzerine harici sürtünme torkları etki edecektir ve dönen bu şey duracaktır.

Bu dönen cismin, döndükten sonra durması ve tekrar ters yönde dönmesi anlaşılır bir şey değildir.

Bu çok saçma olur.

Bunun olması mümkün olamaz, çünkü, durduğu zaman tüm harici torklar yok olur ve orada sadece durur.

Masa üzerinde bir cismi, bir tabağı kaydırıldığını düşünün

Sürtünmeden dolayı duracak ve daha sonra tekrar size doğru gelecek.

Eğer ona bir ip bağlamadıkça bu da tam anlamıyla saçma olur değil mi?

Başka hiçbir harici kuvvet yok.

Tabağı masanın üzerinde sert bir şekilde itiyorsunuz, sürtünme kinetik enerjinin tümünü yok ediyor ve duruyor.

Muhtemelen size doğru tekrar gelmeyecektir.

Bu fiziğin temel yasalarına aykırı olur.

Eğer topacı döndürürseniz, zamanla duracak, muhtemelen tekrar dönmeyecek, duracak ve dönme yönünü değiştirmeyecektir.

Bu konuda hem fikir olduğumuz sürece bu dersi geçeceksiniz.

Şimdi, bir bit yeniği sezdiğiniz değil mi? Hali hazırda bir bit yeniği sezdiğiniz.

Tamam, burada oldukça güzel olan bir plastik parçası var.

Gelip onu inceleyebilirsiniz.

Ve bu plastik oldukça güzel davranmaktadır.

Ona bir dönme vereceğim.

Sürtünme, harici tork, sürtünme onu durdurmaya çalışacak ve durduracak.

Sorun değil, değil mi? Durduktan sonra, şimdi yaptığı gibi hareket yönünü değiştirmesi inanılmaz bir şey.

Gözlerinize inanamayacaksınız.

Aslında, ilk gördüğümde, gözlerime inanamadım.

Bunu tekrar gördüm zaman, karnıma sancı girdi ve bütün gece uyuyamadım.

Buna bakın.

Onu döndürüyorum, duruyor

Sürtünme onu durduruyor ve hareket yönünü değiştiriyor.

Bu konuda uykusuz geceler geçirmeyin, Bunu biraz düşünün.

Bu bir şekilde, açısal momentumun korunumunun bir ihlali midir? Bunun hakkında düşünün ve gelecek derste görüşelim.