



MIT Açık Ders malzemeleri

<http://ocw.mit.edu>

8.01 Fizik I: Klasik Mekanik, Güz 1999

Bu materyallerden alıntı yapmak veya kullanım şartları hakkında bilgi almak için

<http://ocw.mit.edu/terms> ve <http://www.acikders.org.tr> sitesini ziyaret ediniz.

MIT Açık Ders malzemeleri

<http://ocw.mit.edu>

8.01 Fizik I: Klasik Mekanik, Güz 1999

Transkript – Ders 24

Tork hakkındaki bilgilerimizle...

Sakin olun.

Açısal momentum ve tork hakkındaki bilgilerimizle bir eğik düzlem üzerinde yuvarlanan cisimleri inceleyebiliriz.

Örneğin, burada bir silindirim var veya bu bir küre de olabilir. Ve bu açı β .

α olarak almayı tercih etmiyorum. Çünkü α açısal ivme için kullanılmaktadır. Ve burada yüzey ile bir μ sürtünme katsayısı var. Ve cisim aşağı doğru yuvarlanacaktır ve bu yönde bir “a” ivmesi elde edeceksiniz.

Ve olayı saf yuvarlanma dediğimiz durum için değerlendireceğim.

Bu cismin yana doğru devrilmediği ve kaymadığı anlamına gelir.

Saf yuvarlanma ne demektir?

Eğer cisim burada ve yarıçapı R olan bir silindir ise, onu bu şekilde döndürecekim, bu yönde yuvarlayacağım ve merkez noktayı Q olarak gösterecekim.

Tam bir dönüş yaptığında, eğer bu durumda Q noktası $2\pi R$ kadar yer değiştirirse, biz bunu saf yuvarlanma olarak adlandırırız.

Saf yuvarlanma söz konusu ise, bu Q noktasının hızı ve çemberin çevresinin hızı, eğer okuyabilirsiniz buraya sadece bir “c” koyuyorum, aynıdır.

Başka bir deyişle, bu durumda merkezin v_Q hızı tamamen çemberin çevresinin hızına eşittir ve çemberin çevresinin hızı daima ωR dir.

Bu kısım her zaman geçerlidir. Fakat saf dönme için bu geçerlidir.

Eğer burada herhangi bir sürtünme yoksa cismin yerinde dönerek durduğunu ilerlemediğini tahmin edebilirsiniz. Q noktası hiçbir yere gitmeyecektir.

Böylece bu durumda yana doğru devrilme ve kayma söz konusudur ve bu durumda saf yuvarlanma söz konusu değildir.

Eğer cisim yana doğru devrilir ve kayarsa, bu durumda sürtünme burada daima maksimum olmalıdır.

Eğer cisim saf yuvarlanma hareketi yaparsa, bu durumda sürtünme mümkün olan maksimum değerinden oldukça küçüktür.

Şimdi sizinle silindirin ulaşacağı ivmeyi hesaplamak istiyorum.

Silindir eğik düzlem üzerinde saf yuvarlanma yaptığı zaman, kütlesi M , uzunluğu l , ve yarıçapı ise R olsun.

Ve sezgilerinizi kullanmanızı istiyorum. Sezginizin yanlış olmasından asla çekinmeyin.

Bu eğik düzlemde iki silindiri yuvarlayacağım.

Her ikisi de katı şeklinde, aynı kütleyle sahiptirler, aynı uzunluğa sahipler. Fakat yarıçapları oldukça farklı. Ve bu iki silindir arasında bir yarış yaptıracağım.

Hangisi ilk önce en alt kısma ulaşacaktır? Problemi tekrarlıyorum.

İki silindir, ikisi de katı, aynı uzunluklu ve aynı kütleli. Fakat birisinin yarıçapı diğerinden daha büyüktür.

Burada bir yarış olacak.

Onları aşağıya doğru yuvarlayacağız. Saf yuvarlanma durumu.

Hangisi kazanacak? Kimler büyük yarıçaplı silindirin kazanacağını düşünüyor? Kimler küçük yarıçaplı silindirin kazanacağını düşünüyor? Kimler kazanan veya kaybedenin olmayacağını düşünüyor? Harika, sizin sezgileriniz benimkinden daha iyi.

Ne olduğunu göreceğiz.

Hangisi için parmak kaldırdığınızı aklınızda tutun ve birazdan ne olduğunu göreceğiz.

Tamam, şimdi bildiğimiz bütün kuvvetleri cisim üzerinde gösterelim.

Bu Mg dir.

Ve bunu eğik düzlem boyunca olan $Mg\sin\beta$ ve eğik düzleme dik olan bileşenlerine ayıracağız.

Bunu birçok kez yaptık.

Bu $Mg\cos\beta$ ya eşittir.

Bu durumda, burada bir normal kuvvet söz konusudur ve büyüklüğü $Mg\cos\beta$ ya eşittir. Çünkü, bu yönde bir ivmelenme söz konusu değildir. Ve bu durumda F_f şeklinde göstereceğim sürtünme kuvvetimiz vardır.

Burada herhangi bir an için bir ω_t açısal hızımız söz konusudur ve zamanla değişeceğinden şüphemiz yoktur.

Ve bu durumda, kütle merkezi olan bu Q noktası bir v_t hızına sahip olacaktır ve bu hız da zamanla değişecektir.

Ve Q noktasının zamanla değişen v_Q hızı, çemberin çevresinin hızına eşittir. Çünkü bu saf yuvarlanma şartıdır.

Bu ωR ye eşittir.

Bu daima doğrudur. Fakat bu sadece saf yuvarlanma durumunda doğrudur.

Zamana göre türevini alıyorum.

Tanıma göre Q noktasının hızının türevi ivmesidir. Böylece a eşit ω nokta çarpı R elde ederim ve bu α çarpı R ye eşittir. Burada α açısal ivmedir.

Böylece bu saf yuvarlanma şartıdır.

Şimdi Q noktasına göre tork alacağım.

Q noktasına göre tork aldığım zaman, N torka herhangi bir etki yapmayacaktır, çünkü Q noktasından geçmektedir. Mg torka herhangi bir etki yapmayacaktır, çünkü Q noktasından geçmektedir. Tork oluşturacak sadece bir kuvvet söz konusudur.

Eğer yarıçap R ise, torkun büyüklüğü R çarpı F olur ve yönü tahta düzleminin içine doğrudur.

Ancak şimdi sadece büyüklüğü ile ilgileniyorum. Bu yüzden sürtünme kuvveti çarpı R olarak elde ediyorum.

Bu I çarpı α olmalıdır. Burada I , Q noktasından geçen eksen boyunca olan dönme için eylemsizlik momentidir ve α yerine a/R yazıyorum.

Böylece Q noktasına göre eylemsizlik momenti çarpı a/R elde ediyorum.

Ve bu benim birinci denklemim, burada sürtünme kuvveti ve “a” değeri bilinmiyor. Bu denklemden ikisinin değerini elde edemem.

Başka bir denkleme daha ihtiyacım var.

Newton’un ikinci yasasından diğer denklemi elde ederim. F eşittir m çarpı a .

Kütle merkezi için, tüm kütlenin burada toplandığını düşünebilirim.

F eşittir M çarpı a denklemini yazabiliriz.

Ve böylece M çarpı Q noktasının ivmesi, buradaki eğik düzlem boyunca aşağı yönlü olan $Mg\sin\beta$ eksi yukarı yönlü olan F_f sürtünme kuvvetine eşittir. Ve bu benim ikinci denklemimdir.

Şimdi iki denklem ve iki bilinmeyen söz konusudur.

Bu yüzden bunları çözebilirim.

F_f kuvvetini yok edebilirim ve burada F_f yerine bu nicelik bölü R yazacağım.

Ve böylece, M çarpı a eşittir $Mg\sin\beta$ eksi Q noktasına göre eylemsizlik momenti çarpı a bölü R kare elde ederim.

Burada F_f değerini yok ettiğime dikkat edin. Şimdi buradan a yı çözebilirim.

a 'lı terimleri bir tarafa getireceğim.

Böylece a çarpı M artı eylemsizlik momenti bölü R kare eşit $Mg\sin\beta$ elde ederim.

Her iki tarafı R kare ile çarpıyorum.

Böylece M çarpı R kare çarpı g çarpı $\sin\beta$ terimini payda ve M çarpı R kare artı Q noktasına göre eylemsizlik momenti terimini ise paydada elde ederim.

Bu benim sonucumdur. Ve şimdi tüm yapmam gereken eksen etrafında dönme için eylemsizlik momenti değerini yerine koymaktır.

Bu durumun sadece saf yuvarlanma durumunda geçerli olduğunu sizlere hatırlatmak isterim.

Böylece şimdi bu formülde katı silindir için değerleri yerine yazabiliriz.

Eğer bir katı silindirimiz var ise, bu durumda, Q kütle merkezi boyunca geçen eksen için eylemsizlik momenti $1/2 M$ çarpı R karedir.

Ve bu değeri orada yazıyorum. Burada M çarpı R karelerin birbirini götürdüğüne dikkat edin. Böylece $1/2$ artı $1/2$ yani $3/2$ elde ederim. Pay bölü payda

$2/3$ olur.

Böylece a eşit $2/3 g$ çarpı $\sin\beta$ olur.

Bu ifadede R , M ve I yer almamaktadır.

Bu yüzden eğer, tamamen farklı kütleli, farklı yarıçaplı ve farklı uzunluğa sahip iki silindir söz konusu ise ve onlar yarışarlarsa, ikisi de kazanamaz.

Bunu sezmek çok ta kolay değildir.

Her zaman bunu gördüğüm zaman, bunu oldukça ilginç bulurum.

Dikkat ederseniz her şey yok oldu.

M, R ve I kayboldu.

Böylece eğer aynı kütleli fakat farklı yarıçaplı iki silindir alırsam kazanan hangisi olur dediğim zaman, ne kazanan ne de kaybeden olur diyenleriniz doğru dediler.

Ama daha de şaşırtıcı olanı sizin kütleli de değiştirebilir olmanızdır.

İki silindir katı olduğu sürece, bir çok şeyi değiştirebilirsiniz.

Önemli olan katı silindir olmasıdır.

Böylece eğer içi boş silindir alırsam, bu durumda Q kütle merkezi boyunca eylemsizlik momenti, eğer kütlelerin çoğunluğu yüzeydeyse, bu durumda M çarpı R kareye oldukça yakındır. Bu durumda ivme

Eğer burada M çarpı R kare yazarsam, paydada 2 elde ederim. Bu durumda 1 bölü 2 çarpı g çarpı $\sin\theta$ olur.

Böylece bu ivme bundan daha küçüktür.

Bu yüzden, içi boş bir silindir, kütleline, yarıçapına ve uzunluğuna bakılmaksızın katı bir silindire karşı yarışı kaybedecektir.

Ve bunu sizlere göstermek istiyorum.

Burada bir düzeneğimiz var ve bunu oradaki ekranda da sizlere göstermeye çalışacağım. Fakat buraya oldukça yakın oturanlarınız sadece buraya bakarlarsa muhtemelen daha iyi olacaktır.

Burada pirinçten yapılmış oldukça ağır bir silindir ve diğeri ise alüminyumdan yapılmış olan bir silindir var. Bunlar oldukça farklı kütleli, fakat aynı yarıçap ve uzunlukludurlar.

Hiç fark yapmamalıdır.

Ne kazanan ne de kaybeden olur.

Onların aynı anda yuvarlanmalarını sağlayacağım.

Umarım oradan görebilirsiniz.

Burası başlama noktası.

Biraz daha aşağı olabilir.

3'ten 0'a kadar sayacağım ve sizler neredeyse aynı zamanda tabana ulaştıklarını göreceksiniz.

Oldukça farklı kütlelere sahipler.

Aralarındaki kütle farkı en az üç kat.

Diğer boyutları aynı.

Üç, iki, bir, sıfır.

Tamamen birlikte hareket ettiler.

Benim için sezgisel değildi.

Şimdi bununla karşılaştırıldığında oldukça küçük yarıçaplı bir çubuğum var.

Bu küçük alüminyum bir çubuk

Belki onu ekrandan görebilirsiniz.

Bu oldukça ağır, yaklaşık 30 kat daha ağır

Aralarında fark olmamalıdır.

Katı olduğu sürece, hiç fark olmamalıdır.

Kazanan da kaybeden de olmayacaktır.

Yarıçaplar farklı, kütleler farklı

Hiç fark olmamalı.

Tamam. Yarışı başlatıyoruz.

Üç, iki, bir, sıfır.

Ve her ikisi de alt kısma aynı zamanda çarptı.

Fakat şimdi burada bir tane içi boş silindirim var. İçinin boş olduğundan emin olabilirsiniz.

Tüm kütle çevresindedir ve alt kısma varması daha uzun zaman alır.

Bu durumda ivme gördüğünüz gibi $1/2$ çarpı g çarpı $\sin\theta$ dır. Fakat diğer durumda $2/3$ tür.

Bunun neden daha fazla zaman aldığı konusunda gece düşünmek isteyebilirsiniz.

Kesinlikle, eylemsizlik momenti ile ilgilidir. Fakat yine kütle, yarıçap ve uzunluktan bağımsızdır.

Tamamen geometri meselesi.

Bu kaybeden olacaktır ve bu, kütle ve uzunluğa bakılmaksızın kazanan olacaktır.

Onları görüyorsunuz.

Birinin içi boş, diğerinin değil

Bu çok hafif, bu çok ağır.

İçi boş olanı sizin tarafınıza koyacağım.

Üç, iki, bir, sıfır.

İçi boş olan kaybetti, hatta yere düştü.

Tabiatın bu şekilde çalışmasını daima oldukça şaşırtıcı bulurum. Ve çoğunuz biri diğerinin iki katı boyutunda olan silindirler için herhangi bir farklılık olmayacağını söylediği zaman doğru sezgilere sahip olmanızdan oldukça etkilendim.

8.01 dersinin anlaşılması en zor olan ve belki de tüm fizik konuları içinde en zor olan ve topaçlarla ilgili olan kısma geliyoruz.

Ve sizlerden tüm dikkatinizi toplamanızı ve hatta 10 saniye bile kaybetmemenizi diliyorum. Çünkü sizler başından sonuna kadar olan adımları takip etmedikçe anlaşılması zor ve ne olduğu konusunda bir fikrinizin oluşmayacağı, akıllara durgunluk veren bazı deneyler izleyeceksiniz.

Bu neşeli olacak, sevimli olacak, fakat sizin için hiçbir şey ifade etmeyebilir.

Sizlerin ve benim dış uzayda olduğumuzu düşünün.

Yerçekimi yok.

Dış uzayda herhangi bir yerdeyiz ve orada bir bisiklet tekerleğimiz var.

Bu bisiklet tekerleğine bu yönde bir tork uygulayacağım. Sağ elimi sizlere doğru iterek ve sol elimi ise sizlerden uzağa doğru çekerek bunu yapacağım.

Ve bunu çok kısa bir zamanda yapacağım ve kendi haline bırakacağım.

Ne olacağı oldukça açıktır.

Tekerlek bu şekilde sonsuza kadar hep dönecektir.

Ona küçük bir tork veriyorum.

Bu eğer bir tork varsa ise, açısal momentumun değişimi olduğunu ifade eder.

Açısal momentumdaki değişme tork çarpı Δt olmalıdır.

Bunu yapıyorum ve kendi haline bırakıyorum ve teker bu eksen etrafında sonsuza kadar hep dönecek.

Oldukça basit değil mi? Tamam.

Şimdi ise ona bu yönde bir tork uygulayacağım.

Dış uzaydayız, teker durgun olarak durmaktadır, tüm yapacağım şey bunu yapmak ve kendi haline bırakmaktır.

Bu durumda sonsuza kadar hep bu yönde dönecektir.

Oldukça açık

Şimdi sezilmesi oldukça zor olan kısım geliyor.

Şimdi ona sizin yönünüzde bir dönme vereceğim ve şimdi yeniden bu şekilde bir tork uygulayacağım.

Şimdi ne olacak?

Ne dersiniz deyin, bu durumda sizi suçlayamam,.

tekere bu yönde bir dönme verdiğimi, böylece tekerin dönmeye devam edeceğini ve bunu yapınca, belki de göreceğiniz şeyin daha önceden yaptığı gibi döneceğini ve aynı zamanda da tekerin dönüyor olacağını söyleyebilirsiniz.

Fakat bu olamaz. Çünkü, eğer teker bu şekilde dönerse, bu durumda tekerin dönme açısal momentumu bu yönde olur.

Ve eğer ona bir dönme veririm ve teker dönmeye devam ederse ve bu şekilde dolanırsa, bu durumda dönme açısal momentumu bu şekilde olacaktır. Bunun olması mümkün değildir, çünkü sistem üzerine etkiyen tork söz konusu değildir. Çünkü, kendi haline bırakılınca, artık herhangi bir tork söz konusu olamaz.

Tekerleğin dönmeye devam etmesi mümkün değildir. Tekere vermiş olduğum torkun sonucu olarak, dönmeye devam edecektir.

Bu mümkün değildir.

Tabiat bunun üstesinden nasıl gelecektir? Bunu sizlere bir şekil üzerinde göstereceğim.

Ne olacağının anlaşılması oldukça zordur.

Bunun nasıl olduğunu size göstereceğim.

Burada sizlere açıklamış olduğum durumun aynısı görülmektedir.

Bir gözlemci olarak bu yöndesiniz.

Bu yön bu ders salonunun yönüdür.

Böylece tekerleri bu şekilde görüyorsunuz.

Tekerler sizlere doğru dönüyorlar.

Bu birazdan yapacağım ve bu da vurguladığım şeydir.

Bu benim sağ elim ve bu benim sol elim.

Sağ ve sol arasındaki uzaklık küçük “b” kadar. Ve böylece uygulamış olduğum tork bF kadardır.

Böylece kuvvet kola diktir.

Belli bir Δt zamanı süresince bir tork uyguluyorum.

Bunu yaptığım zaman, bu yönde bir açısal momentum ekliyorum.

Fakat teker bu yönde dönüyordu.

Görüyorsunuz.

Ve böylece tekerin dönme açısal momentumu bu yöndedir.

Bu yönde bir açısal momentum ekliyorum ve bunu burada görmektesiniz.

Bu tekerin orjinal dönme açısal momentumu idi.

Δt zamanı kadar bir tork uyguluyorum ve bu kadar bir açısal momentumu ekliyorum.

Ve bundan sonra duruyorum.

Sadece kısa bir zaman için tork uygulayıp duruyorum.

Bu durduktan sonra, tüm sistemin açısal momentumunun artık değişmez olduğu anlamına gelir. Çünkü sistem üzerine etkiyen bir tork söz konusu değildir. Ve tabiatın bu problemi çözmesinin tek yolu burada gösterdiğim yönde eğmesi ve bu yönde döndürmesidir. Ve hareket etmeyecektir.

Diğer bir deyişle tekerleği elimde tutuyorum ve ona dönme veriyorum.

Onu elimde tutuyorum ve sizlere doğru döndürüyorum.

Ve sağ elimi sizlere doğru yaklaştırıp, sol elimi ise sizlerden uzağa çekiyorum.

Şimdi dönme açısal momentumu bu yöndedir. Böylece ona bu şekilde bir tork veriyorum.

Yani yukarı yönlü

Ve teker ne yapacak? Teker işte bunu yapacak.

Anlaşılması oldukça zor.

Bunu izleyin.

İlginç değil mi? Bunu hiç beklemiyordunuz.

Bunu yeniden yapacağım.

Elimi sizlere doğru iterek bir tork uygulayacağım. Teker tamamen beklenmeyen bir şey yapıyor.

Teker basitçe bir yöne eğiliyor.

Eğer diğer yönde bir tork uygularsam, Bu durumda tork tekeri döndürecektir.

Ona biraz daha dönme açısal momentumu vereceğim ve şimdi sol elimi sizlere doğru götüreceğim ve sağ elimi ise kendime doğru çekeceğim. Bu durumda tekerin bunu yapmasını beklerim.

Ve teker de bunu yapar.

Dönen bir tekere uygulanan bu torklar daima beklemediğiniz bazı şeyler yapar.

Fakat bana rehberlik etmesi bakımından ve daima bir şey yardım eder; bu dönme açısal momentumunun daima dışarıdan uygulamış olduğum tork yönünde hareket edecek olmasıdır.

Şimdi konuyu tekrar ele alalım.

Görmüş olduğunuz dönme açısal momentumumuz var.

Bu yönde idi.

Ve bu yönde bir tork uyguladım, bir vektör.

Ve dönme açısal momentumu ne yapar? Tork yönünde gider.

Ve daha sonra uyguladığım torku durdurduğum zaman, bu durumda tabii artık hiçbir şey değişmez. Böylece olacak şey bu tekerin eğilmesidir.

Fakat L dönme açısal momentumunun buradan buraya hareket ettiğine dikkat edin.

Ve bu yönde bir tork uyguluyordum. Böylece tork yönünde hareket etti.

Eğer bunu anladınız ise, bu durumda şimdi kendinizi test edebilirsiniz.

Şimdi yine aynı tekere sahibiz.

Teker tam olarak aynı yönde döndüreceğim. Fakat şimdi bu şekilde z yönünde bir tork vermeyeceğim. Yada bu şekilde eksi z yönünde tork vermeyeceğim.

Şimdi böyle yapacağım

Ya da böyle yapacağım.

Şimdi gerçekten sizlere ne söylemiş olduğuma tam olarak konsantre olun.

Ve şu sorulara cevap vermeye çalışın.

Teker dönüyor.

Tekeri elimde tutuyorum ve ona böyle bir tork uyguluyorum. Böylece tork vektörü size doğrudur.

Açısal momentum böyle. Tork ise böyle.

Açısal momentum vektörü hangi yönde gidecek? ...Torkun yönünde.

Eğer tork bu yönde ise dönme açısal momentum vektörü ne yapacaktır? Bunu yapacaktır.

Yatay düzlemde hareket edecektir.

Anlaşılması oldukça zordur. Fakat yapacağı şey budur.

Ve bunu sizlere göstereceğim.

Bu tekeri döndüreceğim.

Onu büyük dönme açısal momentumu ile döndüreceğim.

Ve daha sonra bu tabureye oturacağım ve sağdaki şekilde gördüğünüz şekilde ona bir tork uygulayacağım.

Ona bu şekilde bir tork uygulayacağım.

Ona bu şekilde bir tork uyguladığım sürece, bu dönme açısal momentumu yatay düzlemde dönmek isteyecektir.

Ve ona diğer yönde tork uyguladığım zaman, yatay düzlemde terse doğru dönecektir.

Ona aynen ekranda gördüğünüz şekilde bir tork uygulayacağım.

Hazır mısınız?

Torku durduruyorum; hiçbir şey olmuyor.

Ters yönde tork uyguluyorum, tork uygulamaya devam ediyorum.

Elimde hissediyorum.

Gerçekten itmek zorundayım.

Tork uygulamaya devam ediyorum.

Ve tork uygulamayı bıraktım ve durdu.

Deyim yerindeyse, açısal momentum vektörü torku takip etmektedir.

Bunu anlamak oldukça zor değil mi? Anlaşılması oldukça zor. Ve bazen aynı zamanda tehlikelidir.

Taburenin bu hareketini, bu durumda dönen tekerin hareketini presesyon hareketi olarak adlandırırız.

Yani, dönen bir tekere bir tork uyguluyorsunuz.

Bu durumda elde ettiğiniz şey presesyon hareketidir.

O zaman devinimi ne sağlıyor?

Presesyon hareketini sizlere farklı bir yolla gösterebilirim ve bu oldukça merak uyandıracak bir yoldur.

Burada bir halatımın olduğunu varsayalım. Aynen orada olduğu gibi

Bu tekeri halata bağlıyorum. Aynen böyle.

Ve onu bırakıyorum.

Ne olacağını hepimiz biliyoruz.

Pekala.

Fakat tekeri bırakmadan önce onu çevireceğim.

Ve buradaki en alt P noktasında bir ilmek halkası var

Ve burası sert piriñten yapılan bisiklet tekerleğinin dönme eksenidir. Sert bir parçadır ve onu küçük “r” ile gösterilen uzunluk ile gösteriyorum. Bisiklet tekerinin yarıçapı olan büyük “R” harfi ile karıştırmayın.

Böylece burası büyük “R” dir.

Ve teker buradan oldukça serbest bir şekilde dönebilir.

Ve bu merkez noktayı Q olarak seçiyorum ve tekerin burası size doğru olan bölümü olsun.

Onu 3 boyutlu bir şekilde görmeniz için çalışıyorum.

Şimdi ona bu yönde bir dönme verdiğimi varsayın.

ω_s , “s” dönmeyi göstermektedir.

Peki şimdi dönme açısal momentumu hangi yöndedir. Ellerinizi ve başparmağınızı kullanın.

Dönme bu yöndedir.

Evet

Dönme bu yönde, açısal momentum ise bu yöndedir.

Bu dönme açısal momentumudur. L_s .

Sistem üzerine etkiyen bir Mg kuvveti söz konusudur ve bu yöndedir.

Bisiklet tekerinin kütlesi M ve yarıçapı büyük R dir. Ve bu kısım küçük r dir. P noktasına bir tork söz konusudur ve tork küçük r çarpı Mg şeklindedir.

Bu açı 90 derece, o halde vektörel çarpım kolay.

Bu açının sinüsü 1 dir.

Böylece P noktasına göre tork küçük r çarpı M çarpı g şeklindedir.

Bu tork hangi yöndedir? R vektörel çarpım F

Bu tork hangi yöndedir? Ellerinizi, başparmaklarınızı ve neyi istiyorsanız onu kullanın.

Bu yönde olduğunu düşünüyorsunuz değil mi? Katılmıyorum.

Aynı fikirde değilim.

R vektörel çarpım F

Şaka yapıyor olmalısınız.

Tahta düzleminden içeri doğru.

Tahta düzleminden dışa doğru olamaz, içe doğrudur.

R vektörel çarpım F , tahta düzleminden içeri doğrudur.

Bu yönde bir tork söz konusudur.

Tabiat, yerçekimi torku oluşturuyor.

Dönme açısal momentumu nasıl olacaktır? Torkun yönünde hareket edecektir.

Torku takip edecektir.

Eğer açısal momentum burada ise nasıl olacaktır? Ne yapacaktır? Bunu yapacaktır.

Ve hareket ettikçe, tork halatın ve küçük r nin oluşturduğu düzleme daima dik olacaktır.

Niçin böyle olduğunu kendiniz görebilirsiniz.

Açısal momentumun bu şekilde olduğu zaman için, tork r vektörel çarpım F olduğundan dolayı tahta düzleminden içeriye doğrudur.

Fakat, burada olduğum zaman, “ r ” konumunu değiştirmiştir ve daima tekere dik olacak şekilde konumunu korur.

Böylece, torkun kendisi de yönünü değiştirecektir. Ve böylece, açısal momentum, dönme açısal momentumu torku takip etmeye devam edecektir ve serbestçe dönmeye başlayacaktır.

Bu durum, taburede oturduğum zaman yapmış olduğum şeyin ta kendisidir. Orada ellerimle torku bu şekilde uygulamamın haricinde her şey aynıdır.

Tamamıyla aynı yönlüdür.

Torku her zaman uygulamak zorundaydım. Ve durduğum zaman, presesyon hareketi de duruyordu.

Fakat burada, tork durmayacaktır, çünkü Mg kuvveti her zaman var olacaktır. Ve bunu birazdan sizlere göstereceğim.

Çılgın olduğumu, çünkü Newton'un ikinci kanunu ihlal ettiğimi söyleyebilirsiniz. $F=Ma$ 'yı.

Bu cisim düşecektir.

Cisme etki eden tek bir kuvvet söz konusudur.

F eşit Ma .

Nasıl düşmez? Kütle merkezi g ivmesi ile serbest düşme yapacaktır. Aha...

Cisme etki eden tek bir kuvvet söz konusu değildir.

Burası için ne düşünüyorsunuz? Halattaki T gerilimi tamamen Mg ye eşit olacaktır.

Ve böylece net, tüm kuvvetlerin toplamı sıfır olacaktır.

Teker üzerine etki eden net kuvvet yoktur, fakat net bir tork vardır. Ve presesyon hareketi yapmasının sebebi budur.

Eğer net bir kuvvet olsaydı, bu durumda gerçekten aşağı doğru da hareket edecekti. Eğer bu kuvvet bundan daha büyük olsaydı aşağı doğru giderdi.

Böylece, tabiat bu oldukça zor problemleri ele almada oldukça akıllıdır.

Sizlere burada halata asılı olan teker ile deneyi yapmadan önce, dönme açısal frekansı ile asla karıştırılmayacak olan presesyon açısal frekansından bahsetmek istiyorum. Kitabınızın 344. sayfasında vardır ve sizler için 3-4 dakikalık bir iştir.

Onu burada türetmeyeceğim, fakat buradan bunun değerinin tork bölü dönme açısal momentumu oranı olduğu elde edilir.

Bu ifade sizlere presesyon hareketinin frekansını verir.

Bizim bisiklet tekeri durumumuzda bu, r çarpı M çarpı g bölü bu tekerin spin açısal momentumudur. Eğer ω_s açısal hızı ile dönmekte ise, bu açısal momentum I çarpı ω olacaktır. L nin I çarpı dönen tekerin ω sı şeklinde verildiğini hatırlayın.

Bu gösterdiğim dönme bu da presesyonudur.

Böylece bu, burada Q noktası etrafında dönen I_Q değerim, ve bu dönme eksenidir, çarpı ω_s olur.

Bu dönme için ve bu ise presesyon hareketi içindir.

Ve bu durumda presesyon hareketinin periyodu ise 2π bölü ω_p olacaktır.

Bu eşitliğe ele alalım ve mantıklı olup olmadığına bakalım.

İlk olarak, eğer torku artırırsanız, bu durumda pay artacak ve bu, presesyon frekansının artacağı anlamına gelecektir.

Bu bana mantıklı geliyor. Çünkü tork, açısal momentumu, kendisini takip etmesi konusunda ikna etmektedir.

Böylece, tork dönme açısal momentumunu değişmesi konusunda ikna etmektedir.

Eğer tork oldukça büyük ise, bu durumda oldukça etkilidir ve böylece presesyon frekansının da oldukça büyük olmasını beklersiniz.

Fakat, eğer dönme açısal momentumu çok büyük ise, bu durumda dönme açısal momentumu : “Üzgünüm tork, benden gitmemi istediğin kadar hızlı gidemeyeceğim” der. Böylece, tekerde dönme açısal momentumunu arttırdığınız zaman, presesyon frekansının azalacağını anlamak oldukça kolaydır.

Teker döndüğü sürece, dönme açısal momentumuna sahip olur. Fakat etrafında bu şekilde presesyon hareketi yaptıkça, aynı zamanda bu yönde açısal momentum olacaktır. Çünkü bu şekilde dönmektedir.

Bundan dolayı toplam açısal momentum ikisinin vektörel toplamıdır.

Bu eşitlik sadece dönme açısal momentumunun toplam açısal momentumda baskın olduğu durumda geçerlidir. Ve bunu hemen görebilirsiniz. Çünkü dönme açısal momentumunu sıfır yaparsanız, bu artık asla dönmeyecektir.

Gerçekten presesyon frekansının son derece büyük olduğunu düşünüyor musunuz? Tabii ki hayır.

Böylece bu sadece dönme açısal momentumunun presesyon hareketi sonucu elde edeceğiniz açısal momentum değerinden çok çok büyük olduğu durumlarda geçerlidir.

Yani, sınırlamalar söz konusudur.

Teker durduğu zaman, artık dönmenin olmadığı zaman, bu durumda şüphesiz teker düşecektir.

Artık presesyon hareketi söz konusu değildir.

Bisiklet tekerimiz için presesyon hareketinin ne kadar süreceği hakkında bir bilgi sahibi olmak için, değerlerimizi orada yerine yazabiliriz. Bisiklet tekeri için küçük “r” nin uzunluğu 17 santimetredir. Ve tekerin yarıçapı yaklaşık 29 santimetredir.

Ve şimdi tekerin tüm kütesinin çevresinde olduğu şeklinde bir varsayım yapalım. Bu doğru olmayacaktır, fakat oldukça yakın bir yaklaşımdır.

Demek istediğim burada bazı tekerlek telleri var, ama her şeyin burada olduğunu varsayalım. Böylece, bu durumda eylemsizlik momenti M çarpı R karedir.

Eğer şimdi frekansı, dönme frekansını 5 Hz olarak alırsanız, bu durumda ω yı hesaplayabilirsiniz.

ω eşit 2π çarpı f_s dönme frekansıdır.

Şimdi orada bu değerleri yerine yazabilirim. Böylece ω_p değeri için r çarpı M çarpı g bölü eylemsizlik momenti, ki basit bir yaklaşımla tüm kütlelerin tekerin çevresinde bulunduğunu varsayarak, M çarpı R kare çarpı ω_s olur.

M leri yok ediyoruz böylece r çarpı g bölü ω_s çarpı R kare elde ederiz.

Bu presesyonun hareketinin açısal frekansıdır ve presesyon hareketinin periyodu 2π bölü ω şeklindedir. Bu durumda presesyon hareketinin periyodunu yaklaşık olarak 10 saniye olarak bulabilirsiniz.

Eğer sizlere bu değerler için ve tüm kütlelerin tekerin çevresinde olduğu yaklaşım için dönme frekansını 5Hz olarak verirsem, presesyon hareketini yavaşça yaklaşık olarak 10 saniyede yapacağını tahmin edebilirsiniz.

Ancak, bu frekans üzerinde çok az bir kontrol yetkim var. Yani, onun değerini 7 Hz olarak, 3 Hz olarak vermem mümkündür.

Fakat ne yapabilirsem yapacağım.

Frekansa verebileceğim maksimum değeri vereceğim.

Bu daima başarının garantisidir.

Teker nerede? Teker burada.

Tekeri döndüreceğiz ve daha sonra onu buraya yerleştireceğiz.

Onu döndürme şekline bakın.

Onu kendimden uzakta tutuyorum ve çevireceğim.

İşte başlıyor.

Yaklaşık 10 saniye.

İlginç değil mi? Aşağıdan bakıldığında saat yönünde dönüyor.

Şimdi bu yönde gidiyor. Dönme yönlerini değiştirerek bu deneyi tekrarlayacağım. Bu durumda diğer yönde gidecektir.

Ve şimdi açısal momentum bu şekilde dönmektedir ve bu yöndedir.

Dönme açısal momentumu ise bu yöndedir. Tork bu şekildedir. Ve böylece dönme açısal momentumu değişmektedir ve tork bunu takip etmektedir.

Ben dönme açısal momentumuyum.

Ben torkum.

Bu torktur.

Onu takip etmektedir.

Pekala.

Bunu sağ elimde tutuyorum.

Tamam.

Onu döndüreceğim. Bu sağ.

Şimdi yönü değiştireyim.

Onu çeviriyorum yeniden döndürmeye başlıyorum.

Şimdi açısal momentum bu yöndedir.

Görüyorsunuz diğer tarafa doğru dönüyor.

Açısal momentum bu yöndedir

Şimdi tork bana doğrudur.

Açısal momentum torku takip etmektedir.

Dönme açısal momentumunun yönünü değiştirdim.

Torkun yönünü değiştirmedim. Şimdi aşağıdan bakıldığında saat yönünün tersine dönmektedir.

Önceden saat ibreleri yönünde dönüyordu.

Eğer mil üzerine bazı ağırlıklar koyarak torku artırabilirsem, bizim durumumuzda burası bu tarafa doğru gelmektedir, buraya biraz ağırlık koyabilirim. Bu durumda aslında tork ekliyorum. Bu durumda daha hızlı gideceğini göreceksiniz.

Presesyon frekansı artar.

Bu yüzden oraya biraz ağırlık koyacağım.

İlk olarak dönsün, kabataslak 10 saniye olarak hesaplandı. Şimdi bu uca 2kg yerleştiriyorum.

Şimdi presesyon frekansında hemen artışı göreceksiniz.

Şimdi daha hızlı gittiğini görüyorsunuz.

Yapmış olduğum şey, M kütlesini artırmadan torku artırmaktır. Çünkü, M lerin birbirini yok etmesinin sebebi eylemsizlik momentinin ifadesi içerisinde de M kütlesinin olmasıdır. Fakat eğer sadece bu cismi üzerine asarsam, bu dönen tekerin eylemsizlik momentini değiştirmez.

Bunların hiçbirisi sezgisel değil.

Bunların hepsini 5\$ lık bir oyuncak topaç ile yapabilirsiniz.

Ve bunu sizlere göstermek istiyorum.

Bu benim oyuncak topacım.

Ofisimde duruyor.

Bu oyuncak topaç tamamen bunun yapmış olduğu şeyin aynısını yapıyor.

İlk olarak sizlere oyuncak topacı göstereyim.

Oyuncak topaç

Oh, evet

Oyuncak topaç işte burada.

Görebiliyor musunuz? Belki burayı biraz daha karartmalıyım.

Benim oyuncak topacımı görebiliyor musunuz? Evet? Onu döndüreceğim ve daha sonra bu topacı onun asılı olduğu şekilde tutmaya çalışacağım.

Onu döndüreceğim, daha sonra onu yatay olarak tutacağım ve bir ip ile asacağım. Ve tam olarak aynı şeyin olacağını göreceksiniz.

Ve şimdi sürtünmeden dolayı, bu eğlenceli durum tabii ki eninde sonunda duracaktır.

Sizler için oldukça özel bir şeyim var, ya da sizler için oldukça özel bir şeye sahip olabilirim.

Bu sahnenin arkasındaki yardımcıma bağlıdır.

Onu duyabiliyorum.

İşte orada

Harika

Havaalanına gidiyorum ve biraz yorgunum ve arkadaşlarımdan birinin bana yardım etmesini istedim.

Lütfen bana yardım eder ve benim için bu bavulu taşıyabilir misiniz? Onu kaldır, biraz yürü ve birkaç tur dönüver.

Diğer tarafa da döndür lütfen.

ÖĞRENCİ: Buda ne ,

Bu da ne, evet.

Aynen. Ne yapıyorsun? Oldukça garip hareket ediyorsun.

Birkaç tur daha dön.

Uçağı yakalamak zorundayız.

Yapacağı şeyi düşündüğünü yapmıyor değil mi? Tahmin et.

ÖĞRENCİ: Dönen teker yada başka bir şey.

Dönen teker.

Bunu yaptığın zaman ona bir tork uyguluyorsun ve hiç beklemediğin bir şeyi yapıyor.

Eğlenceli değil mi? Evet

Bu bavul ile Logan havaalanına gittiğinde tutuklanabilirsin.

Çok teşekkür ederim.

Harika.

Dönen cisimler bir dengeleyici etkiye sahiptirler.

Eğer bir bisiklet tekerini alırsanız, bir tane tekerimiz var ve onu buraya koyuyorum ve hiçbir şey yapmıyorum. Düşecektir.

Hiç kimse şaşırmıyor.

Fakat eğer ona çok az bir dönme veririm, düşmez.

Niçin? Çünkü açısal momentuma sahiptir.

Dönme açısal momentumuna sahiptir.

Ve bu yüzden düşmez.

Bu sadece bisiklet tekeri için geçerli değildir.

Bakın.

Oldukça kararlı.

Sadece bisiklet tekeri için geçerli değil.

25 kuruş alın ve bu 25 kuruşu masanızın üzerine bu şekilde koyun.

Kesinlikle düşecektir.

Onu yuvarlayın, kararlı olacaktır.

Ona dönme açısal momentum veriyorsunuz, kararlı oluyor.

Bir topaç alın.

Topacı masanın üzerine koyun, devrilecektir.

Onu döndürürsünüz, ona dönme verirsiniz ve topaç kararlı olur.

Böylece dönme açısal momentumu dengeleyici özelliklere sahiptir.

Bundan ödevlerinizden birinde bahsedildiğini göreceksiniz.

Bu eylemsizlikle güdüm sisteminin temel fikrini oluşturmaktadır.

Eylemsizlikle güdüm sisteminde, bir dönen tekere sahipsiniz ve en azından günümüzde güdüm sistemleri mekanik tekerlere sahip.

Dönen bir tekeriniz var, fakat dönen teker öyle bir şekilde monte edilmiştir ki dönen tekerin dönme eksenine bir tork uygulayamazsınız.

Bu şekilde monte edilmiştir.

Bunu üç-mil-oynaklı topaç olarak adlandırırız.

Böylece, tork oluşturma anında, çerçeve, bu durumda sarı ve siyah çerçeveler, dönmeye başlayacak ve dönen teker üzerinde torku asla yönetemeyeceksiniz.

Bu eksen üzerinde asla elde edemeyeceksiniz.

Ve bu durumda, eğer şimdi onu geminize yada uçağınıza yada güdümlü mermi sisteminize koyarsanız, nereye koyduğunuz hiç önemli değil, asla dönen teker üzerine bir tork uygulayamazsınız. Ve eğer dönme için açısal momentum bu yönde ise, sürtünmeden dolayı kaybımızın olmadığını varsaymak suretiyle, o yönde sonsuza kadar hep kalacaktır.

Ve eğer uçak dönerse, dönme açısal momentumunun yönü değişmeyecektir. Fakat kesinlikle olacak şey bu sarı veya siyah çerçevenin dönecek olmasıdır.

Ve bu yataklarda döner sensörler var ve bu sensörler, gösterilen yönün aynı kalmasını sağlamak amacıyla dış çerçevenin dönmesinin ne kadar olduğunu algılar.

Ve bu sinyaller otomatik pilota gönderilir ve bu uçağın istediğiniz yönde uçuşmasını korur.

Böylece, her zaman bir referans olarak, şimdi üzerine bir tork uygulayamayacak olduğunuz bir sistem içerisine yerleştirilmiş olan topacınızın dönme açısal momentumunu kullanıyorsunuz. Hatta uçak yön değiştirdiği zaman bile değişmez. Ve bunu sizlere göstermek istiyorum.

Tamam. Bu benim dönme açısal momentumumun yönüdür. Ben uçağım ve uçağım.

Dönme açısal momentumuna bakın.

Bana saygı göstermiyor.

Nasıl uçarsam uçayım hep aynı yönü göstermekte.

Sarı çerçeve ve siyah çerçevelerin yataklarından gelen sinyaller otomatik pilota yönlendirilir ve uçak rotasında kalır.

Şimdi sizler için yapabileceğim şey ne düşündüğünüzü son kez test etmek. Bu teker öyle bir şekilde asılmıştır ki onun üzerine orada olduğu gibi herhangi bir ağırlıktan dolayı tork etkimemektedir.

Fakat, onun üzerine eksene bazı ağırlıklar yerleştirilerek bir tork uygulayabilirim.

Eksene bazı ağırlıklar koyduğum zaman ne olacağını düşünüyorsunuz? Teker dönüyor, fakat şimdi onun üzerine bir tork uygulayacağım.

Teker bu yönde dönüyor.

Açısal momentum sizlerden uzağa bana doğru.

Onun üzerine bu şekilde bir tork uygulayacağım. Oraya küçük bir ağırlık koyacağım.

Tork bu yönde olacaktır.

Dönme açısal momentumu nasıl olacaktır? Tork bu yöndedir; dönme açısal momentumu bu yöndedir.

Dönme açısal momentumu torku takip etmeye başlayacaktır.

Bunu izleyin.

İşte başlıyor.

Dönme açısal momentumu torku takip ediyor.

Daha önce sizlere gösterdiğimin tam anlamıyla aynısını görmektesiniz.

Ve eğer torku daha fazla uygularsam, bu durumda presesyon frekansı artacaktır.

Görüyorsunuz, ağırlığı kaldırdığım zaman hemen duruyor.

Yeniden ağırlığı koyuyorum.

Devam ediyor.

Daha fazla ağırlık koyuyorum.

Daha hızlı gidiyor.

Bu tarafa ağırlık koyduğumda ne olur? Böylece torkun yönünü değiştiririm.

Bu tarafa yerleştirdiğim zaman, şimdi tork bu yönde olur ve dönme açısal momentumu ise bu yönde olur.

Yönünü tersine çevirecektir.

İşte başlıyoruz.

Görüyorsunuz, tersine gidiyor.

Anlaşılması oldukça zor.

Eğer bununla bir probleminiz var ise, yalnız değilsiniz.

Gelecek derste görüşürüz.