



MIT Açık Ders malzemeleri

<http://ocw.mit.edu>

8.01 Fizik I: Klasik Mekanik, Güz 1999

Bu materyallerden alıntı yapmak veya kullanım şartları hakkında bilgi almak için

<http://ocw.mit.edu/terms> ve <http://www.acikders.org.tr> sitesini ziyaret ediniz.

MIT Açık Ders malzemeleri

<http://ocw.mit.edu>

8.01 Fizik I: Klasik Mekanik, Güz 1999

Transkript – Ders 25

Geçtiğimiz dört ders boyunca, açısal momentum, tork, yuvarlanan cisimler ve dönmeler ile ilgilendik.

Ve bu durumda birçoğunuz “ aman Allah’ım bir sürü denklemi hatırlamak zorundayız” şeklinde düşünebilirsiniz, fakat bu doğru değil.

Eğer basit bir şekilde doğrusal sembollerden dönme sembollerine nasıl dönüşüm yapıldığını bilerseniz bu durumda işiniz kesinlikle oldukça kolaylaşır.

Konum açıya; hız açısal hıza; ivme açısal ivmeye dönüşür ve saire.

Bu durumda dönüşümleri çok kolay bir şekilde yapabilirsiniz.

Eğer kinetik enerjinin $\frac{1}{2} m v^2$ olduğunu hatırlarsanız, bu durumda dönme hareketi için kinetik enerji $\frac{1}{2} I \omega^2$ kare olur.

Bu Web de var.

Sizlere derslerde gösterdiğim her grafik her zaman Web de var ve bunlara “ders kaynakları” başlığı altında bakmanız gerekir. Ve bu durumda kendiniz için çıktısını alabilirsiniz.

Ve bunun, hatırlamanız için faydalı olacağını düşünüyorum.

Bugün bir cismin tamamen statik denge durumuna gelmesi için ne gerekli olduğunu detaylı olarak tartışmak istiyorum.

Bir cismin statik denge durumunda olması için sadece bütün kuvvetlerin toplamının sıfır olması yeterli değildir.

Bununla birlikte seçeceğiniz herhangi bir noktaya göre bütün torkların toplamı da sıfır olmalıdır.

Ve bu bugünün konusu olacaktır.

Bunun serbest uzayda bir cisim olduğunu ve kütle merkezinin burası olduğunu varsayalım. Bu cisim üzerine bu yönde etkiyen bir kuvvet olsun ve bu cisme etkiyen diğer bir kuvvet ise zıt yönde fakat eşit büyüklükte olsun. Bu durumda bütün kuvvetlerin toplamı sıfırdır.

Fakat henüz dengede olmadığına inansanız iyi edersiniz.

Bir tork var.

Ve eğer bu mesafe b ise, bu durumda neresini seçerseniz seçin, önemi olmayan herhangi bir noktaya göre cisim üzerindeki torkun büyüklüğü b çarpı F olacaktır.

Ve bir tork varsa, bir açısal ivme de olacaktır.

Tork, I alfadır.

Ve böylece dönecektir.

Bu durumda, kütle merkezi etrafında dönecektir, böylece statik dengede değildir.

Bu durumda, tork tahta düzleminden dışarı doğru olacaktır.

Yani bu şekilde dönecektir.

Böylece kuvvetlere yoğunlaştığımız kadar, gözümüz torklarda da olmalıdır.

Bugün statik denge konumu olarak, bir merdiveni seçtim.

Bir merdiveni duvara yasladım.

Burası duvar ve bu da merdiven.

Duvarın olduğu P noktasında sürtünmenin olmadığını varsayalım ve μ_P sıfırdır.

Buradaki Q noktasında, zemine dayandığı yerde, sürtünme vardır.

Q noktasında statik sürtünmeyi basitçe μ olarak adlandıracağız.

Merdiven M kütesine ve l uzunluğuna sahiptir.

Böylece bu merdivenin kütle merkezi tam olarak orta noktadadır.

Ve bu açı α olsun.

Tecrübelerimizden eğer bu açı çok küçük ise merdivenin kayacağını biliyoruz. Ve böylece bugünün konusuna gelmek istiyorum. Merdivenin kaymaması için gerekli olan bu açı değeri ne olmalıdır? Burada Mg kuvvetimiz var; bu yerçekimi kuvvetidir.

Bu durumda burada normal kuvvetimiz de var.

Buna N_Q olarak ad veriyorum.

Bu yönde bir sürtünme kuvvetimiz söz konusudur. Çünkü merdiven açıkça bu şekilde kaymak ister, böylece sürtünme kuvveti bunu engellemeye çalışacaktır ve bundan dolayı bu yönde olacaktır.

P noktasında herhangi bir sürtünme yoktur, burada sadece normal kuvvet olabilir.

Ve bunu N_P olarak seçeceğim.

Bunlar cisim üzerine etki eden yegâne kuvvetlerdir.

Ve şimdi ekzersizimize başlayabiliriz.

Tamam, x yönündeki bütün kuvvetlerin toplamının sıfır olması gerektiğini söyleyebiliriz,.

Bu N_P nin büyüklük olarak sürtünme kuvveti ile aynı olması anlamına gelir.

Şimdi y yönündeki bütün kuvvetlerin toplamı sıfır olmalıdır.

Bu M_g nin N_Q ya eşit olması demektir.

N_Q eşit M_g olmalıdır.

Fakat şimdi tüm torkların toplamının sıfır olmasına ihtiyacımız var.

Hangi noktayı seçtiğiniz önemli değil--

İstediğiniz noktayı seçebilirsiniz.

Buradaki noktayı seçebilirsiniz, burada, orada, ya da orada.

C yi seçebilirsiniz, P yi seçebilirsiniz.

Ben Q yu seçtim.

Q yu seçmemin sebebi bu kuvveti ve bu kuvveti yok etmek içindir. Sadece bununla ve bununla uğraşmak istiyorum.

Ve böylece torku Q noktasına göre alacağım.

Böylece N_P kuvvetimiz var.

Konum vektörü ile bu kuvvetin bu noktaya olan vektörel çarpımına sahibiz.

Uzunluk l ve açı α olduğundan dolayı, bu l çarpı $\sin\alpha$ dır, Böylece N_P çarpı $l \sin\alpha$ elde ederim.

Ve tahta düzleminin içine doğru olan torku pozitif yön olarak alıyorum ve tahta düzleminin dışına doğru olan torku ise negatif yön olarak alıyorum.

Böylece bu tahta düzlemindedir ve bunu bu nedenle artı olarak adlandırıyorum.

Sonraki, Mg , negatif tork olacaktır ve şimdi konum vektörü ile Mg arasındaki vektörel çarpıma ihtiyacım var, uzunluk burasıdır ve bu vektörel çarpım $1 \text{ bölü } 2 / \cos \alpha$ çarpı Mg dir.

Mg çarpı $1 \text{ bölü } 2 / \cos \alpha$ ve şimdi bu sıfır olmalıdır.

Böylece bu durumda, N_P yi elde ederim.

Ve bu P noktasındaki normal kuvvettir--

l eri yok ederim ve N_P eşit $M \text{ bölü } 2$ çarpı $\cot \alpha$ olmalıdır ve bu da sürtünme kuvvetine eşit olmalıdır.

Böylece verilen bu sonuç ile sürtünme kuvvetinin ne olduğunu bilirim.

Şimdi, bu merdivenin kaymasını istemiyorum, Böylece şimdi sürtünme kuvvetinin olabilecek en fazla sürtünme kuvvetine eşit ya da daha az olması şartına gereksinimim var.

Ve bu Q noktasındaki maksimum sürtünme kuvveti μ çarpı normal kuvvettir.

Şimdi benim şartım $M \text{ bölü } 2$ çarpı $\cot \alpha$ nın Mg çarpı μ ya eşit yada küçük olmasıdır.

μ çarpı Mg .

Burada g yi unuttum mu? Evet, unuttum.

Burada bir g var ve burada da bir g var.

Doğru mu? Çünkü burada bu kuvvetim ve bu konum vektörüm varsa, bu durumda Mg olmalıdır.

Bundan dolayı burada bir g var.

Ve böylece burada bir g var ve Mg yi yok ederim. Ve böylece $\cot \alpha$ nın 2μ den küçük ya da eşit olduğunu ya da $\tan \alpha$ nın $1 \text{ bölü } 2\mu$ den büyük ya da eşit olduğunu elde edersiniz.

Ve bu merdivenin sabit olması durumudur.

Ve bu sonuca baktığınız zaman, bu size μ ne kadar büyük ise açının o kadar küçük olacağını söyler. Ve bu oldukça hoştur.

Bu tam olarak beklediğimiz şeydir.

Ve eğer μ çok küçükse, bu durumda durum oldukça dengesizdir.

Bundan dolayı hemen hemen her açıda kayacaktır.

Eğer bazı sayısal örnekler verirsek--

Örneğin, μ $yü$ 0.5 e eşit alalım, bu durumda α , 45 derece olacaktır ve açı biraz daha az olursa, bu durumda kayacaktır.

Eğer μ $yü$ 0.25 olarak alırsanız, bu durumda kaymaya başlayacağı kritik açı, sanırım 63 derece yakınında bir değerdedir. Fakat bunu kendiniz kontrol edebilirsiniz.

Böylece açı merdiveni kaydırmadan tutan açıdan daha büyük olmalıdır.

Bu sonuç oldukça mantıklıdır. Şöyle ki eğer açı çok küçükse merdiven kaymaya başlayacaktır. Burada duvara yaslanmış olan bir merdivenim var.

Burayı elimizden geldiğince düzgün yapmaya çalıştık.

Mükemmel değil ama, bu orada tartıştığımızın şeyin biraz kötü bir versiyonudur. Fakat her neyse, yüzey ile olan sürtünme katsayısı aslında buradaki sürtünme katsayısından oldukça büyüktür.

Ve sizi şaşırtmayan şey, eğer α açısı çok küçükse, bu durumda denge olmayacaktır.

α açısı orada gördüğünüz gibi belli bir değerden daha büyük olmalıdır, Bu durumda kararlıdır.

Görmek istediklerimin hepsi bu kadardı.

Fakat şimdi daha ilgi çekici bir durumu ele alacağız ve bir bakıma sizin sezginizi test edeceğim.

Merdiveni tam olarak kritik açıya ayarladığımı varsayın.

Başka bir deyişle, $\cot \alpha$ $yı$ tam 2μ değerine ayarlayacağım, böylece orada kendi ayakları üzerinde durmakta olup neredeyse kaymaya başlayacak.

Ve şimdi birinizden merdiven üzerine çıkmasını ve yürümesini isteyeceğim, buradan başlayacak ve yavaşça merdiveni çıkacak.

Bu merdivende yürümenin çok tehlikeli olduğunu, merdivenin hemen kaymaya başlayacağını düşünüyor musunuz? Ya da merdivenin en alt basamağında bulunmanızın onu daha da kararlı yapacağını mı düşünüyorsunuz? Kimler hemen kaymaya başlayacağını düşünüyor? Çok az kişi.

Kimler en alta bastığınızda kaymaya başlamayacağını düşünüyor.

Pekala

Ne olacağını daha sonra göreceğiz.

Şimdi, bu kişi merdivene tırmanmaya başlayacak ve daha sonra bir zaman gelecek ki adam C noktasını geçecek ve P noktasına varacaktır.

Şimdi bunu yapmak güvenli olacak mı, ya da çok tehlikeli mi olacağını düşünüyorsunuz? Ne düşünüyorsunuz? Kimler merdivende çok yukarı çıkmamak gerektiğini düşünüyor? Kimler hiçbir fark olmayacağını düşünüyor?

Sonuna kadar gidebilir misiniz? Her zaman birkaç cesaretli kişi vardır.

Tamam, bu sizinle inceleyeceğim şeydir ve birçoğunuz doğru sezilere sahipsiniz, fakat bunu nasıl olduğunu bildiğim sayısal bir yöntemle inceleyeceğiz.

Küçük m kütleli birini merdivene koyacağız ve kişiyi buraya çıkaracağız.

Böylece buradaki kuvvet küçük mg ve bu uzaklık d olsun.

Ve şimdi bütün hesaplamaları tekrar yapacağız.

Tamamen baştan başlayacağız.

x yönündeki bütün kuvvetlerin toplamı sıfır olmalıdır.

Değişiklik yok.

N_P , F_f ye eşit olmalıdır.

Şimdi y yönündeki bütün kuvvetlerin toplamı da sıfır olmalıdır.

Şimdi bir değişiklik var.

Şimdi N_Q daha büyük olmak zorundadır ve büyük M artı küçük m çarpı g ye eşit olmalıdır. Böylece μ çarpı N_Q şeklinde verilen maksimum sürtünme, μ çarpı M artı m çarpı g olur.

Böylece maksimum sürtünme artar.

Şimdi torka ihtiyacımız var ve Q noktasını seçiyorum.

Q noktasına göre sıfıra eşittir.

Aslında, ilk iki terim hiç değişmedi, böylece N_P çarpı $l \sin \alpha$ eksi Mg çarpı 1 bölü 2 / çarpı $\cos \alpha$ eşitliği var.

Fakat şimdi üçüncü bir terimimiz var, bu konum vektörü ve bu kuvvet. Ve şimdi d çarpı $\cos \alpha$ olan bu uzaklık çarpı bu kuvveti alacağız

Böylece burada eksi mg çarpı $d \cos \alpha$ ve bu şimdi sıfıra eşittir.

Burada N_P yi dışarıya alacağım.

Ve $g \cos \alpha$ yı da dışarı alabilirim.

Eğer $g \cos\alpha$ yı dışarı alırsam, M bölü iki artı küçük md elde ederim ve daha sonra bunu $l \sin\alpha$ ya bölmek zorundayım.

Ve şimdi $\cos\alpha$ bölü $\sin\alpha$ yı $\cot\alpha$ olarak yazabilirim ve l yi de parantez içine alabilirim. Bu durumda $g \cot\alpha$ çarpı M bölü 2 artı küçük md bölü l elde ederim.

Ve bu şimdi sürtünme kuvveti olmalıdır, çünkü N_P hala sürtünme kuvvetidir.

Bunun doğru olduğundan emin olmalıyım.

Evet, doğru.

$g \cot\alpha$ M bölü 2, küçük md bölü l .

Bu sürtünme kuvvetidir.

Sürtünme kuvvetinin arttığına dikkat edin, çünkü bu terim eklendi ve bu terim daha önce yok idi.

Daha önce burada gördüğünüz sadece bu terimimiz vardı.

Bu nedenle başlangıçta bu durumun daha tehlikeli olabileceğini düşünmüştünüz. Çünkü aslında, merdiven tam kritik noktaya ayarlanmıştı.ve orada kendi ayakları üzerinde duruyordu.

Böylece eğer sürtünme artarsa, “aman Allahım, muhtemelen kaymaya başlayacaktır “ diyebilirsiniz. Fakat bu durumda gözden kaçırdığınız, maksimum sürtünmenin de artmış olduğudur. Ve böylece şimdi bunu maksimum sürtünme ile karşılaştırarak değerlendirmek zorundayız.

Ve bunu yapmanın en iyi yolu ilk olarak d yi sıfıra eşitlemeyi düşünmektir.

Böylece bu kişiye merdivenin tabanından başlamasını ve yavaşça merdiveni tırmanmasını söyleriz.

Şimdi, d sıfıra eşit olduğu zaman sürtünme kuvvetinin daha önceden olduğu gibi tam olarak aynı olduğuna dikkat edin.

Hiçbir fark yok.

Bu sürtünme kuvveti d sıfıra eşit olduğundan değişmedi.

Fakat değişen şey maksimum sürtünmedir.

Maksimum sürtünme ifadesinin içerisinde küçük m var ve maksimum sürtünme d den bağımsızdır.

Burada herhangi bir yerde d yok.

Böylece eğer maksimum sürtünme artarsa ve sürtünmenin kendisi aynı kalırsa, açıkça merdiven daha kararlı olur ve sizler en alt basamağa basabilirsiniz ve hiçbir şey olmaz.

Aksine, durum daha da kararlı olur.

Kişi daha yükseklerle tırmanmaya başladıkça, sürtünme kuvveti yavaşça artar, çünkü bu terim artar, fakat maksimum sürtünme aynı kalır.

Bu d den bağımsızdır ve böylece şimdi bu kuvvetin maksimum sürtünmeden daha büyük olduğu öyle bir zaman gelir. Hangi durumda merdiven kaymaya başlar ve bu, şüphesiz, şimdi bulmak istediğimiz şeydir.

Böylece şimdi durum sadece ve sadece sürtünme kuvveti, maksimum sürtünme kuvvetine eşit ya da ondan daha küçük olduğu sürece güvenlidir.

Fakat kritik açıya ayarlamış olduğumuzu hatırlayın, böylece $\cot\alpha = 2\mu$ dır.

Bu durumda bunun yerine 2μ yazabilirim, Çünkü ben deneyimi buna göre ayarladım. Buradan başladım.

Rastgele bir açı ile başlamıyorum; Öyle bir açı ile başlıyorum ki merdiven orada bir şekilde durma ile kayma sınırındadır.

Böylece $\cot\alpha = 2\mu$ dır.

M bölü 2 artı m çarpı d bölü l , bu değer şimdi μ çarpı M artı m çarpı g ye eşit veya küçük olmalıdır.

g leri yok ettiğime dikkat edin.

μ leri de yok ediyorum.

Burada 2 çarpı M bölü 2 var ve 2 ler birbirini yok eder ve M kalır. Burada da M var ve bu durumda büyük M leri de yok ederim. Ve böylece $2md$ bölü l küçük ya da eşit m olması gerektiğini elde ederim.

Küçük m leri de yok ederim ve d nin l bölü 2 ye eşit yada küçük olması gerektiğini elde ederim.

Ve bu birçoğunuzun tahmininin dışındadır. Şöyle ki bir kişi merdivenin bu tarafında yürüdüğü sürece, durum daha kararlı olur.

Açıkça kişi buradan başlarsa, denge son derece artmıştır.

Siz yavaşça bu noktaya doğru, kütle merkezine doğru, d değerinin l bölü 2 olduğu noktaya doğru yaklaştığınızda, durum bu noktada kesinlikle son derece kritik bir hal alır. Fakat bu noktanın ötesine geçtiğinizde, artık durum kritik değildir ve merdiven kaymaya başlar.

Özetle, bu durumda, merdiveni kritik duruma ayarladık.

Kaymaya başlamak üzere olduğu bir noktada.

Bir kişinin burada olmasını sağladık, daha kararlı oldu.

Kişi yavaşça yürüdükçe, bu terimden dolayı sürtünme kuvveti artacak, maksimum sürtünme kuvveti değişmeyecektir.

Kişi merdivende olduğu için bu değer hali hazırda artmıştır.

Ve kişi bu noktaya doğru yaklaştıkça, durum gittikçe daha az kararlı olur.

Tam bu noktada, kritiklik açısından başladığımız, yani kişinin yürümeye başlamış olduğu ana tekrar gelmiş oluruz.

Ve kişi yürümeye devam ederse; bu durumda merdiven kayacaktır.

Ve bunu sizlere gösterebilirim--

En azından gösterme teşebbüsünde bulunabilirim.

Burada aynı merdivenden var. Ve şimdi yapacağım şey α açısını tam kritik açıya değil de biraz daha küçük açıya ayarlamaktır. Bu durumda onu bıraktığım zaman, hepimiz onun kaydığını göreceğiz.

Kritik açının altındadır; açı daha küçüktür.

Fakat şimdi burada 4 kilogramlık bir cismim var.

İçinizden birinden bu merdivene tırmanmasını istemeyeceğim, inanın bana ve bunu kendim de yapmayacağım.

Bunun kararsız olduğunu görmektesiniz.

Ve şimdi 4 kilogramı buraya koydum.

Ve bıraktım ve merdiven kararlı hale geldi.

Kütleyi kaldırabilir miyim?

İşte kaydı.

Böylece oldukça aşağıda duran bir kişi az önce gördüğümüz ile tam olarak uyumlu bir şekilde merdiveni daha kararlı yaptı.

Şimdi açığı kritik açıdan biraz daha büyük yapıyorum, böylece merdiven mutlu oldu.

Çok mutlu.

Fakat şimdi kişi tehlikeli bir şeyler yapacak.

Yürüyecek ve burada duracak--

Ve gördüğünüz gibi, bunu yapmaması gerekir.

Şu tam olarak orada gördüğünüz şeydir.

Böylece sürtünme statik dengeyi elde etmemizde oldukça önemli bir rol oynar ve bu her zaman geçerli bir durumdur.

Günlük hayatımızda sürtünmenin bizlere avantaj sağladığı birçok örnek vardır. Şimdi sizlerle paylaşacağım ve sıklıkla gemiciler tarafından kullanılan çok özel bir durum vardır.

Oldukça büyük cisimleri çok büyük kuvvetleri tutmak ve kontrol etmek için, oldukça küçük olan cisimler kullanılır. Ve bunu sürtünmeyi kullanarak yaparsınız.

Bir halatı bir direğe ya da bir çubuğa sarıyorsunuz ve halatla çubuk arasında mevcut olan sürtünmeyi kendi lehinize kullanıyorsunuz. Bu şu şekilde çalışıyor.

İşte o çubuk.

Bunun gibi yatay olmak zorunda değil--

Ve çubuğun bu tarafına oldukça ağır bir cismi bir iple asıyorum.

Büyük M.

Böylece buradaki T_2 gerilmesi Mg olacaktır.

Hiçbir ivmelenmenin olmadığını, hareketsiz olarak durduğunu varsayıyoruz.

Bu halatı çubuğun etrafında birkaç kez sarıyorum buraya kütlesi oldukça az olan bir cisim asıyorum, m kütleli ve gerilme mg ye eşittir.

Eğer bu çubukta hiçbir sürtünme yoksa ve ip de hemen hemen kütsüz ise, bu durumda T_1 , T_2 ile aynı olacaktır, Böylece sistem ivmelenmeye başlayacaktır.

Fakat sürtünmeden yararlanırsak, bu durumda kararlı bir durum elde edebiliriz.

Sürtünmeyi lehimize kullanarak, statik dengeye sahip olabiliriz. Böylece bu hareket etmeyecektir ve bu da hareket etmeyecektir ve bu durumda T_2 nin T_1 den çok çok büyük olduğu durumu elde ederiz.

Merkez kısmı daha da büyük olarak çizeyim.

Yarıçapı R olsun ve halatımız da burada olsun.

Halatı renkli çizeyim.

Şüphesiz, yatay bir şekilde olması gerekmiyor.

Herhangi bir açıda olabilir.

İşte böyle ve burası T_1 ve burası T_2 .

Ve halat bu yönde kaysın diye, bu taraftaki çekmenin bu taraftakine kıyasla çok çok büyük olduğu bir durumu oluşturuyoruz.

Bu onun yapmak istediği şeydir.

Eğer halatın bu küçük parçalarına bakarsak, eğer halat bu yönde gitmek istiyorsa, bu yönde kaymaya başlamak istiyorsa, halatın bu küçük parçalarındaki sürtünme kuvvetlerinin bu yönde olacağı kesindir.

Dolayısıyla halatın her yerinde.

Ve bu yüzden, bu sürtünme kuvvetleri adeta T_1 e yardımcı olacaktır. T_2 ye ters yönde olan sürtünmeden dolayı, şimdi T_2 , T_1 den çok çok büyük olabilir.

Yapmanız gereken şey bunu analitik olarak hesaplamaktır. Bu birçok dilim için tek tek sürtünme kuvvetlerini göz önüne almak zorundasınız. Yani bu bir integral haline gelir ve bu durumda θ_0 olarak adlandırdığım açı üzerinden integralini almak zorundasınız,

Ve en son 8.01 dersini 1993 yılında verdiğimde θ açısının fonksiyonu olarak T_2 ile T_1 arasındaki ilişkiyi çıkardığımı hatırlıyorum. Bu benim 5 dakikamı almıştı ve 5 dakika sonunda, öğrencilerin yarısı uyumuştü.

Şimdi, beş dakika uyumak isteyip istemediğinizden emin değilim, Fakat dürüstçe bunu hak etmediğinizi düşünüyorum. Bundan dolayı bunu çıkarmamaya karar verdim; fakat sizleri kitabınızın 361 inci sayfasına bakmaya yönlendiriyorum ve orada bulacaksınız. Bu durumda halatın bu yönde kaymak istediği durumda, eğer buradaki sürtünme katsayısı μ ise, T_2 bölü T_1 in e üzeri μ çarpı θ_0 a eşit olduğunu elde edersiniz.

Bu sürtünme katsayısı statik sürtünme katsayısı olacaktır.

Böylece sonuç bu şekilde çıkar.

Bunun çubuğun yarıçapından bağımsız olduğuna dikkat edin

Çubuğun bu kadar küçük olması ya da bu büyüklükte olması fark etmez.

Sadece bu açıya bağlıdır.

Bu açı çok büyük olabilir.

Birazdan yapacağımız gibi çubuğun etrafına halatı on defa sarabilirsiniz.

θ da herhangi bir sınırlama yoktur.

Eğer hiçbir sürtünme olmasaydı, bu durumda kaymaya başlayacağına dikkat edin, e üzeri sıfır 1 eder. Bu durumda T_2 , T_1 e eşit olur. Ve bunun böyle olacağı açıktır, Böylece μ sıfır ise bu oyunu oynayamazsınız.

Sürtünmeye ihtiyacınız vardır.

Bütün problemin özünde bu vardır.

Ve şimdi ne tür bir kazancımız olduğu hakkında bir fikre sahip olmak için bazı değerler verelim.

Şimdi 3 tur sarmış olduğumuz bir durumu ele alalım. Halatı çubuğun etrafında 3 defa sarıyoruz. 3 tur. Bu θ_0 in 6π ye eşit olması demektir.

Ve sürtünme katsayısı μ , 1 bölü 5 olsun, yani 0.2 olsun.

Böylece e üzeri μ çarpı θ_0 in değeri yaklaşık 40 eder.

Bunun, denge durumunda bu taraftaki kuvvetin o taraftaki kuvvetten 40 kat daha küçük olduğu anlamına gelir.

Eğer bu şekilde düşünmek isterseniz, bunu elimle tutabilirim ve karşı gelebilirim.

Bu tarafta 40 kat daha büyüktür.

Fakat eğer 6 tur sararsam, bu durumda e üzeri μ çarpı θ_0 in değeri yaklaşık 2.000 eder.

2000! Böylece şimdi gerçekten bir fili bile kontrol edebilirim.

Şimdi burada bir cismim olduğunu ve bunun kütlelerinin 5.000 kg olduğunu düşünün.

10.000 kg olsun.

Buraya 10.000 kilogram asılı.

Şimdi buraya 2.000 kat daha az olan kütleyi asabilirim.

Bu, bu tarafa 5 kg asacağım demektir.

Ve buradaki gerilme oradakinden 2.000 kat daha az olacaktır.

Sistem kaymaya başlamak üzeredir, fakat kaymaz.

Tamamen dengededir.

Bu kısmı elimde tuttuğumu düşünün

Bu tarafta 10.000 kilogramlık ağırlık ve ben bunu elimle tutuyorum.

Tüm ihtiyacım olan yaklaşık 50 Newton luk bir kuvvet ve orada duruyorum ve diğer tarafta bu 10.000 kilogramlık ağırlık.

Ve şimdi kuvvetimi 50 Newton'dan biraz az olacak şekilde azaltırsam ve şimdi ne olur? Tabii ki kaymaya başlayacaktır.

Hatırlayın ! Çünkü burada kaymaması için gerekli olan şartları hesaplamıştık.

Şimdi gitmesine izin veriyorum ve bu durumda diğer taraftaki 10000 kilogramlık cisim yavaşça aşağı doğru inecektir.

Onu tam olarak kontrol edebilir ve durdurabilirim ve bunu çok çok küçük bir kuvvetle kontrol edebilirim.

Şimdi sizlere bir soru geliyor.

10.000 kilogramlık bir cismi kaldırmak istediğimi varsayın.

Şimdi bu kütleyi 50 Newton dan biraz fazla bir kuvvet ile kaldırabilir miyim? Azıcık bir fazladan kuvvet ile? Bu durumda 10.000 kilogram yukarı gelir mi? Sizlerin kafalarınızı salladığını görüyorum.

Kimler yukarı geleceğini düşünüyor? Kimler olmayacağını? Kimler hiçbir şey düşünmüyor? Çoğunluk.

Pekâlâ.

Üzgünüm, kötü bir şey demek istemedim.

Bunu kaldırmanızın hiçbir yolu yoktur. Çünkü eğer bunu kaldırmak isterseniz, şartlar tamamıyla tersine döner.

Bu halat için bu yönde gitmek için gerekli olan sürtünme kuvvetleri ters dönecektir.

Başka bir deyişle, şimdi hesaplamalarımızdaki T_1 değeri T_2 olacaktır.

Böylece eğer bu tarafın aşağı inmesini istiyorsanız, eğer onun bu yönde kaymasını istiyorsanız, T_1 bölü T_2 oranı e üzeri μ çarpı θ_0 olur.

Ve böylece şimdi eğer burada 10.000 kilogramınız varsa ve halatı 6 tur sarmışsanız, bu durumda burada ihtiyacınız olan kuvvet 10.000 kilogramdan 2.000 kat daha fazladır. Ve böylece 20 milyon kilograma ihtiyacınız olur.

Böylece bunu kaldırmaya çalışmak yapacağınız en aptalca iş olur.

Bunu kaldırmak istemezsiniz.

Bu düzeneği sadece çok ağır bir kuvveti dengelemek için kullanırsınız.

Bu denizciler tarafından bu amaçla ve hatta kontrol etmek amacıyla kullanılır. Çünkü onu yavaşça bırakabilirsiniz ve bu durumda diğer taraftaki kuvvet hareket etmeye başlar.

Fakat bu düzeneği bir şeyi kaldırmak için kullanamazsınız.

Burada bir plastik kutum var ve bu plastik kutunun içinde 15- poundluk dört tane kurşun tuğla olacak.

Bana bir iyilik yapıp, buraya gelerek kutunun içinde 3 tane tuğla olduğu konusunda kendini ikna edebilir misin? Bunların dördünü birden koymak istemiyorum; üçü içinde böylece sadece sonuncusunu koymaya karar verdim.

Üçünü orada gördün mü? Çok teşekkür ederim.

Ve sonuncusunu koyacağım.

Oldukça ağır.

Bu arada, ağırlığını kontrol etmek ister misin? Dikkat et! Çok ağır.

Evet, tamam.

Tamam, her bir parça 15 pound.

İçinde toplam 60 pound var.

Ve şimdi bu sizin çubuğun etrafına halatı saracağım,.

Yarıçap önemli değil.

Ve neden 6 dolanım ile başlamıyoruz? 1... 2... 3...

Ooo, aman Allahım.

4... 5... 6.

Tamam.

Şimdi bunu tutan bu platformu alçaltacağım.

Alçaltabilirim.

Ve birazdan bu kutu benim halatıma asılı kalacak. İşte

Şimdi bu platformu kaldırabilirim.

Artık buna artık ihtiyacımız yok ve artık buna da ihtiyacımız yok.

Hiçbir gayret sarf etmeksizin

30 kilogram--

Çok az kuvvet ile

Oldukça az.

Şimdi bunu biraz alçaltalım.

İşte alçalıyor

Sadece alçalıyor.

Biraz daha az kuvvetle yapsam daha güzel olacak.

Birkaç tur daha saralım

1, 2, 3.

Ne yapabiliriz biliyor musunuz? Oldukça fazla tur sararak, ipin kendi ağırlığının dengeyi elde etmek için yeterli olmasını sağlayabiliriz.

Deneyelim.

Henüz değil.

Birkaç tur daha saralım.

1, 2, 3, 4.

Şimdi 12 tur söz konusu.

Ve şimdi halatın ağırlığı 30 kilogramı dengelemede yeterlidir

Şimdi hareketsiz olduğunu görüyorsunuz.

Bu harika.

Birkaç tur daha saralım. Çünkü ders esnasında düşmesini istemiyorum.

Durduğundan emin olmalıyım ve bunu buraya bağlayacağım.

Böylece sürtünmeyi kendi lehinize nasıl kullanabileceğinizi ve binlerce kat ve fazlası mükemmel bir kazanç elde etmeyi ve bunun oldukça sık kullanıldığını gördünüz.

Böylece dengeyi sağlamak için sürtünmenin bize nasıl yarar sağladığının çarpıcı bir örneğini gördünüz; ve şimdi sizlere asılı olan ve yerçekiminden dolayı serbestçe sallanan bir cismi anlatmak istiyorum.

Bütün kuvvetlerin ve bütün torkların toplamının sıfır olması gerektiği statik denge durumunu anlamınızı istiyorum.

Bu belki de duvara asacağım cisim olsun. Burası P noktası ve burada duvara çaktığım sürtünmesiz bir iğne olsun. Cisim serbestçe sallanabilir.

Burası kütle merkezi olsun.

Ve böylece bir kuvvet söz konusu olur.

Eğer cisim küçük m kütesine sahip ise, mg kuvveti vardır ve burası r_P konum vektörüdür. Ve açıkça P noktasına göre bir tork vardır.

Ve eğer P noktasına göre tork varsa, bu tork r_P vektörel çarpım mg şeklinde olacaktır.

Bunun üzerine vektör işaretini koyuyorum. Çünkü bu ikisi arasındaki vektörel çarpımı almak zorundasınız,

Böylece bu açının sinüsü hesaba katılmalıdır.

Bu cisim dönecektir.

Açıkça P noktasının etrafında dönecektir.

Tork P noktası etrafındaki I_P çarpı α ya eşittir. Ve α açısal ivmedir.

Kararlı bir durumu nasıl elde edebiliriz? Doğa kafa yoracak ve “bütün kuvvetlerin toplamı sıfır olursa ve eğer herhangi bir noktaya göre bütün torkların toplamı da sıfır olursa kararlı duruma sahip olabilirim.” diyecektir. Ve doğa bunu nasıl yapacağını bilir.

Bu kararlı durum daima eğer P noktası ve kütle merkezi dikey bir çizgi boyunca olduğu zaman meydana gelir.

Çünkü eğer bu gerçekleşirse, bu durumda burada bir mg kuvveti olacaktır ve daha sonra burada da yukarıya doğru bir mg kuvveti olacaktır.

Cisim bu iğne üzerinde asılı durmaktadır. Etki tepkiye eşit olduğu için iğne yukarı doğru itecektir.

Böylece bütün kuvvetlerin toplamı sıfır olur ve tork yoktur.

İstediğiniz bir noktayı alın--

Bu nokta veya o nokta, bu nokta veya o nokta veya bu nokta veya bu nokta--

Hiçbir tork yoktur.

Ve böylece şimdi tam denge durumu söz konusudur.

Örneğin, ince bir çubuğa benzer bir cisminiz varsa,

Oldukça ağır cisim burada ve böylece kütle merkezi hemen hemen buradadır--

Böylece bu durumda kararlı olacaktır.

Veya böyle bir durumu alabilirsiniz. Şimdi, kütle merkezi ile P noktası dikey çizgidedir.

Ayrıca burada şimdi aşağı doğru mg kuvveti ve iğnede de yukarı doğru mg kuvveti vardır.

Bütün kuvvetlerin toplamı sıfır, bütün torkların toplamı sıfırdır.

Fakat hemen hissedeceğiniz, gibi bu durum ile bu durum arasında oldukça büyük bir fark söz konusudur. Ve bu oldukça kararsızdır.

Eğer buna hafifçe üflerseniz, aşağı devrilecektir, dönmeye başlayacaktır, Halbuki bu karalıdır.

Eğer bunu yana doğru hareket ettirsem, bu konuma tekrar geri gelecektir.

Fakat bu durumda temel fikir, kütle merkezinin her zaman asıldığı noktadan dikey bir çizgi boyunca bir konumda yer alacak olmasıdır.

Burada bir üçgenim var ve kütle merkezinin nerede olduğuna dair bir fikrim yok.

Burada herhangi bir yerde olabilir.

Hatta boş alanda bile olabilir, bilmiyorum.

Şimdi yapabileceğim şey, onu bu şekilde asabilirim ve kütle merkezinin parmağımın aşağısında bir noktada olduğunu biliyorum.

Dikkat ettiniz mi? Gerçekten döndü.

Böylece kütle merkezi hassas bir şekilde parmağımın aşağısında olacak şekilde yer alır. Şimdi bir kurşun kalem alır ve buraya bir çizgi çizerim, ya da küçük bir ip alabilirim ve şimdi parmağımı buraya koyabilirim ve tekrar bir çizgiyi çizebilirim ve ikisinin kesişim yeri kütle merkezidir.

Böylece kütle merkezi her zaman asılma noktasının altında bir yerde olur.

Şimdi eğer bir parça cam macunu alırsam ve onu buraya koyarsam, Bu durumda açıkça kütle merkezinin yerini büyük ölçüde değiştirim.

Bu yönde kaymış olmalıdır.

Kütle merkezi nerededir? Hiç fikrim yok.

Fakat bakın.

Buradan dengelersem.

Kütle merkezi şimdi buralarda bir yerde olmalıdır.

Buradan dengelersem.

Kütle merkezi şimdi buralarda bir yerde olmalıdır.

Ve iki çizginin kesiştiği yer, bu boşlukta bile olabilir, kütle merkezinin bulunduğu yerdir.

Böylece kütle merkezini deneysel olarak bulmak kolaydır.

Bu derste daha önceleri, kütle merkezinin nerede olduğunu hesaplamıştık.

Belki, çok özel geometrili durumları incelediğimiz zaman kütle merkezini deneysel olarak belirleyeceğimiz yöntemler olduğundan bahsettiğimi hatırlarsınız. Ve bu size biraz önce gösterdiğim yolla çok kolaylıkla yapılır.

Şimdi sizlere oldukça kolay sezilmeyen bazı statik denge örneklerini göstermek istiyorum.

Bunlardan bazılarını görmüş olabilirsiniz.

Bunlardan bazılarıyla gerçekten oynamış olabilirsiniz.

Eğer bir kurşun kalem ve cep çakımı alırsam.

İşte kurşun kalem burada

Sizlere bunu birazdan göstereceğim, sıradan bir kurşun kalem.

Ve cep çakımı alıyorum ve buraya cep çakımı takıyorum.

İşte bıçak burada.

Böylece benim cep çakım böyle bir şekilde duracak.

Kütle merkezinin bu noktanın aşağısında olduğu bu düzen kolaylıkla elde edilebilir. Ve eğer şimdi parmağımı buraya koyarsam, bu oldukça tuhaf şekilli cismi dengeleyebilirim ve tamamen kararlı olacaktır.

Kendini öyle bir düzen alacaktır ki kütle merkezi tam olarak parmağımın aşağısına düşecektir ve tamamen mutlu olacaktır.

Ve bunu görmenizi istiyorum.

Burada cep çakım ve bir kurşun kalem var.

Ve bunu orada görebilirsiniz--

Ya da yakın olanlarınız buradan görebilirler.

Sizlere bunu görmeniz için ışığı daha iyi olacak şekilde ayarlayacağım.

İşte orada.

Benim cep çakım burada.

Şimdi onu açıyorum.

Ve kurşun kalem burada.

Ve onu buraya saplayacağım.

Bunu yaparken, benim bu sabah olduğumdan daha dikkatli olun, çünkü bıçak parmağımı kesti.

Buradaki yara bandının sebebi budur.

Kolaylıkla cep çakısı kötü bir kesiğe sebep olabilir.

Böylece bıçağın ucu şimdi kurşun kalemin içine girmiştir. Fakat şimdi kütle merkezini kurşun kalemin aşağısında elde etmeliyim.

Ve şimdi parmağımı buraya koyuyorum ve sistem kararlı.

Böylece kütle merkezi asılma noktasının altında olacak şekilde kendisini tekrar ayarlar ve tamamen kararlı olur.

İstediğiniz kadar bunu oynatabilirsiniz.

Bu çok sezgisel değildir.

Burada çok ince bir çubuk var, bir tel, çok sert bir tel.

Ve çekicimi buraya bu telin ucuna asabilirim.

Ve buna bakın.

Kütle merkezi benim asma noktamın tam alt hizasındadır.

Çok kararlı.

Bu arada, aşırı derecede acı veriyor.

Onu sallayabilirsiniz bile.

Kütle merkezi astığım noktanın tam alt hizasındadır.

Bütün torkların toplamı sıfırdır, eğer bunun gibi duruyorsa bütün kuvvetlerin toplamı da sıfırdır.

Kütle merkezi asılma noktasının aşağısındadır.

Her ikisi de tam olarak dikey olarak aynı hizada olmak zorundadır.

Eğer bu şekilde olduğu gibi dikey olarak hizalanmazlarsa, bu durumda bu noktaya göre net bir tork olur.

Eğer net bir tork varsa, bir açısal ivme olacaktır ve işte gördüğünüz şey budur.

Eğer tamamen dikey olarak hizadaysalar, artık herhangi bir tork söz konusu değildir.

Şimdi bir ip cambazına dönelim

Bir ip cambazımız var.

İşte ip cambazımız burada.

Ve ip cambazı ipin üzerinde duruyor.

İp cambazını biraz küçük çizeceğim--

Birazdan niye onu küçük çizdiğimim göreceksiniz.

Bu ip cambazı.

Ve bu da ip.

Ve ip cambazının kütle merkezi tam burada olsun.

Burada bir yerde.

Ve kütle merkezi ile ip arasındaki uzaklık 1 metre ve ip cambazının kütlesi 70 kg olsun.

Hafif bir şey alıyorum odundan yapılmış olabilir--

Bayan ya da erkek ip cambazının tıpkı bu şekilde elinde taşıdığı bir şey alıyorum,

Ve bu şey epey bir mesafe aşağıya insin.

Ve buraya 5 kilogramlık bir kütle koyuyorum ve buraya da 5 kilogramlık bir kütle koyuyorum.

Ve bunu ihmal edebilmemiz için bu düzeneğin çok hafif olduğunu varsayalım ve bu mesafe 10 metre olsun.

Bu sistemin kütle merkezi nerededir? 70 kilogramlık kütle ipin 1 metre üzerindedir.

10 kilogram ipin 10 metre aşağısındadır. Ve kesinlikle tüm sistemin kütle merkezi ipin aşağısında kalacaktır.

Ve böylece bu kişi tıpkı oradaki çekicimin kararlı olduğu gibi kararlıdır.

Bu kişinin yanlara doğru ipten kayması durumunda bu kesinlikle bir talihsizlik olur.

Ve bundan dolayı, eğer bu ip ise, ipin tesir kesiti ise, bu durumda ayakkabılarınızın tabanlarını buna benzer şekilde yapmanız gerekir.

Böylece sadece bu sizlerin bu yönde kaymanızı ve düşmenizi engeller.

Fakat kütle merkezi ipin aşağısındadır ve böylece gerçekten tehlike yoktur.

Kendinizi dengeleyebilir ve ipte yürüebilirsiniz ve hiçbir şey olmaz.

Hatta bunu bile yapabilirsiniz--

İpin üzerinde ileri-geri gidip gelebilirsiniz.

Sorun olmaz.

Daima bu duruma tekrar gelirsiniz.

Bizim çok özel bir ip cambazımız var.

Bu bizim ip cambazımız.

Ve bu ip cambazının gerçekten çok özel ayakkabıları var.

Aslında, ip cambazının ayakkabılarında küçük tekerlekler var ve bu teker böyle bir şeye benzer.

Ve işte ipin olacağı yer burasıdır. Ve ders salonunda görmüş olduğunuz ip budur.

Ve bu tekerlekte bu yive ihtiyaç duymamızın tek nedeni, aynen bu kişide ihtiyacımız olduğu gibi, onun yanlara doğru kaymasını engellemektir.

Onu parmağımla dengelediğimi görüyorsunuz.

Fakat kütle merkezi asılma noktasının oldukça aşağısındadır.

İki taraftaki ağırlıklar sebebiyle, kütle merkezi burada bir yerdedir, böylece bu tamamen kararlıdır.

Bu şekilde bile yapabilirsiniz.

Sorun olmaz.

Kaymamak şartıyla bu ip cambazının yapabileceği bir şeydir.

Bundan dolayı bu yivler vardır.

Tamam, bu ip cambazından bize bir gösteri yapmasını isteyelim.

Onu yürütelim.

Artık o televizyona ihtiyacımız yok.

Öğrencilerden biri olursa iyi olur.

Bana bir iyilik yapıp ip cambazı buraya vardığında “hoş geldin” der misiniz? Çünkü onun kaza yapmasını istemiyoruz.

Tamam mıyız? Böylece aşağı geldiğinde, nazik ol ve hak ettiği bütün onuru ona ver. Ve bu durumda sadece onun düşmeyeceğinden emin ol. Çünkü o zarar görebilir değil mi? Bunu istemiyoruz.

Tamam, böylece durumun ne kadar karalı olduğunu gördünüz.

Ve işte gidiyor.

Buna hazır mısın? Woww. Hepimiz birer ip cambazı olabiliriz.

Çok teşekkür ederim.

Gelecek derste görüşürüz.