



MIT Açık Ders malzemeleri

<http://ocw.mit.edu>

8.01 Fizik I: Klasik Mekanik, Güz 1999

Bu materyallerden alıntı yapmak veya kullanım şartları hakkında bilgi almak için

<http://ocw.mit.edu/terms> ve <http://www.acikders.org.tr> sitesini ziyaret ediniz.

MIT Açık Ders malzemeleri

<http://ocw.mit.edu>

8.01 Fizik I: Klasik Mekanik, Güz 1999

Transkript – Ders 29

Burada sınav kâğıdınızda olacak konuları görmektesiniz.

Açıkça benim için bir sınavın tüm bu konuları kapsaması mümkün değildir. Bundan dolayı bir tercih yapacağım. Aynı zamanda bugün de bir tercih yapacağım.

Bu konuların detayına kadar hakkını veremem. Bundan dolayı, onlardan kısaca bahsedeceğim ve hatta bazılarına hiç değinmeyeceğim.

Fakat bugün üzerinde durmadığım şeyler de sınav kapsamında olabilir.

Çok sayıda denklem göreceksiniz. Neredeyse düşünebildiğim bütün denklemler sınavınızda olacak. Ayrıca, bu hafta sonu, özel dersler olacak, bunu da Web' ten kontrol edebilirsiniz. Cumartesi ve Pazar günleri.

Tam esnek olmayan çarpışma ile başlayalım.

Tamamen esnek olmayan çarpışmalar.

m_1 ve m_2 kütlelerimiz var. Bu bir boyutlu bir problemidir.

Bu v_1 hızında ve bu da v_2 hızına sahip.

Onlar çarpışıyorlar ve çarpışmadan sonra tek bir kütle olurlar.

Çünkü bu, çarpışma tam esnek olmadığı zaman meydana gelen durumdur.

Birlikte v üssü hızına sahip olurlar.

Eğer sistem üzerine etki eden net bir dış kuvvet yoksa, momentum korunmalıdır.

Bu durumda şimdi m_1v_1 artı m_2v_2 , eşit m_1 artı m_2 çarpı v üssü olmalıdır.

Bir bilinmeyenli bir denklem. Bunun sonucunda v üssü elde edilir.

Sizler, "Aslında buralara vektör işaretlerini koymam gerektiğini söyleyebilirsiniz." Eh, bir boyutlu çarpışma durumunda, aslında bu vektör işaretlerini yazmayabilirsiniz. Çünkü, işaretler otomatik olarak bunu halledecektir.

Kinetik enerji korunmaz.

Çarpışmadan önce, kinetik enerji $\frac{1}{2} m_1 v_1^2$ kare artı $\frac{1}{2} m_2 v_2^2$ kareye eşittir.

Çarpışmadan sonra, kinetik enerji $\frac{1}{2} m_1 v_1^2$ artı $\frac{1}{2} m_2 v_2^2$ karesine eşittir.

Ve tam esnek olmayan çarpışma durumunda kolaylıkla bunun her zaman bundan daha az olduğunu ispatlayabilirsiniz. Kinetik enerjide, daima ısı formunda ortaya çıkan kayıplar olur. Şimdi bir "esnek" çarpışma gerçekleştirelim.

Burada "tam" esnek terimini kullanabilirim, fakat esnek kelimesi tek başına da yeterlidir. Çünkü bu, kinetik enerjinin korunduğu anlamına gelir.

Aynı başlangıç şartları ile başlıyorum. m_1, v_1, m_2, v_2 . Fakat şimdi çarpışmadan sonra m_1 ya bu yönde, ya da bu yönde gider; bunu bilmiyorum.

Böylece ya bu v_1 üssü olabilir, ya da bu v_1 üssü olabilir.

Fakat m_2 ise daima bu yöne gidecektir.

Bu tamamen açık. Çünkü, eğer arkadan bir cisim ile çarpışırsa, çarpışmadan sonra bu, kesinlikle sadece bu yönde gider.

Yine üzerlerine vektör işaretlerini koymak zorunda değiliz. Çünkü işaretler bir boyutlu durum için yönü belirtecektir. Bu durumda, bu artı olacaktır.

Bu, kabulünüze kalmış bir şey. Eğer bu yönü seçerseniz, bu durumda bu, negatif olacaktır.

Eğer v_1 üssü için eksi bir şeyler bulursanız bu durumda cisim çarptıktan sonra geriye sıçramıştır.

Şimdi, eğer sisteme etki eden herhangi dış kuvvet yoksa, momentumun korunumunu uygulayabiliriz. İç kuvvetler kabul edilebilir.

Pekala, böylece şimdi $m_1 v_1$ artı $m_2 v_2$, eşittir $m_1 v_1$ üssü artı $m_2 v_2$ üssü' dür.

Momentumun korunumu.

Çarpışmanın esnek çarpışma olduğunu bildiğimiz için, şimdi kinetik enerjinin korunumunu da yazabiliriz.

$\frac{1}{2} m_1 v_1^2$ kare, $\frac{1}{2} m_2 v_2^2$ kare eşittir; bu çarpışmadan önceki enerjidir.

Çarpışmadan sonra ise, $\frac{1}{2} m_1 v_1^2$ üssü kare artı $\frac{1}{2} m_2 v_2^2$ üssü kare olur.

İki bilinmeyenli iki denklem. Ve prensip olarak bu denklemlerden v_1 üssü ve v_2 üssü değerlerini bulabilirsiniz. Fakat bir hayli zaman alır.

Ve sınavda genellikle m_1 in m_2 ye eşit olduğu veya m_1 in m_2 den çok çok büyük olduğu veya m_1 in m_2 çok çok küçük olduğu, aynen bir basketbol topunun bir pinpon

topuna çarpması veya bir pinpon topunun bir basketbol topuna çarpması gibi, bir problemle karşılaşsınız.

Şimdi m_1 in m_2 ye eşit olduğu, çok basit bir örnek yapacağım. Bu kütleyi, m olarak alacağım. Ve problemi, v_2 yi sıfır almakla daha da basitleştireceğim. Böylece, ikinci cisim durmaktadır. Bir boyutlu çarpışma, birinci ikinciye çarpıyor. Çok özel bir durum.

Bu durumda momentumun korunumu, daha da basit hale gelir.

v_2 olmadığından, m çarpı v_1 , eşit $m v_1$ üssü, artı $m v_2$ üssü, olur.

Kinetik enerjinin korunumu, $\frac{1}{2} m v_1^2$ kare eşit $\frac{1}{2} m v_1^2$ üssü kare artı $\frac{1}{2} m v_2^2$ üssü kare. Şimdi, önce m leri yok ediyorum. Bu işi çok pratik hale getiriyor.

Hatta burada, $\frac{1}{2}$ bölü 2'leri de yok ediyorum. Bunu çözmek artık çok kolaydır.

Eğer bu eşitliğin karesini alırsanız, buna benzer bir şey elde edersiniz.

Eğer karesini alırsanız, v_1^2 kare eşit v_1^2 üssü kare artı v_2^2 üssü kare artı $2 v_1 v_2$ üssü çarpı v_2 üssü elde edersiniz.

Ve bu denklemi, bununla karşılaştırsak, bu terim hariç, neredeyse aynı olduğunu görürüz. Bu durumda, bu terim sıfır olmalıdır.

Fakat biz v_2 üssünün sıfır olmadığını biliyoruz. Ona çarptık, bu yüzden ileriye gidecektir. Yani bu durumda, bu v_1 üssünün sıfır olması demektir. Eğer v_1 üssü sıfıra eşit ise, v_2 üssünün v_1 'e eşit olduğunu görürsünüz.

Bu bir topun başka bir topa çarptığı, bunun hiçbir hızının olmadığı, ona belli bir v_1 hızı ile çarptığı, aynı kütleye sahip oldukları, çarpışma sonrası, bunun durup ve bunun, onun hızını devraldığı klasik bir durumdur.

Ünlü Newton Sarkacında, bunu genellikle sarkaçlarda görürsünüz. Bu 8.01 dersinin ana sayfasındaki logodur ve bu konuyu anlattığım zaman burada bir gösteri yapmışım.

Tamam, devam edelim. Şimdi tork'lar, açısal momentum, dönme hakkında bir şeyler konuşalım. "Atwood Aleti"nden bahsedelim.

Atwood Aleti, yer çekimi ivmesini makul bir kesinlikle ölçmenizi sağlayan akıllı bir alettir. Burada bir makara var. Ve bu makara M kütlesine ve R yarıçapına sahip.

Sert bir disk şeklinde. P noktası etrafında dönüyor ve sürtünmesiz. Yarıçapı R dir.

Ve burada, hemen hemen kütlesiz bir ip var. Kütleyi ihmal ediyoruz.

m_2 kütlesi burada ve m_1 kütlesi burada, ve m_2 nin m_1 daha büyük olduğunu varsayıyoruz. Bundan dolayı, bu kütle bu yönde ivmeleneyecektir. Bu kütle bu yönde ivmeleneyecektir. Ve bu ω açısal hızı ile dönmeye başlayacaktır. Ve bu hız, zamanın fonksiyonu olacaktır.

Ve şimdi yapmak istediğimiz ilk şey, bunun serbest cisim diyagramını çizmektir.

Bu örnek için, serbest cisim diyagramı kolaydır. Aşağı doğru m_1g , ve yukarı doğru T_1 . Ve bunun için aşağı doğru m_2g ve yukarı doğru T_2 .

Durum, makara için biraz karışıktır. Burası P noktası. Burada makarayı aşağı doğru çeken T_1 gerilimi vardır. Bu nedenle bu T_1 dir.

Ve bu makarayı çeken T_2 gerilmesidir. Bu nedenle T_2 dir.

Makaranın bir kütlesi var ve bu ağırlık Mg .

Makaraya etki eden bütün kuvvetlerin toplamı sıfır olmalıdır. Aksi takdirde kendini aşağı doğru ivmelendirecektir, ki ivmelenmiyor.

Ve böylece yukarı yönlü bir kuvvet olmalıdır. Bunu N olarak alıyorum. Ve bu N kuvveti, bu 3 kuvveti de yok etmelidir. Böylece bu T_1 artı T_2 artı Mg ye eşit olmalıdır.

Bizim diğer hesaplamalarımızda buna ihtiyacımız olmayacaktır. Fakat, tabir caizse, onu yerinde tutan bir kuvvet olmalıdır.

Şimdi ipin kaymıyor olduğu şartlar altında ivmeyi hesaplayacağız. Bu makara ile ip arasında sürtünmenin var olduğu anlamına gelir. Sürtünme burada değil, fakat burada. Aksi takdirde, ip kayacaktır. İp kayacak. Kaymanın olmaması, eğer ip 1 santimetre hareket ederse, makaranın da kendi çevresinde 1santimetre dönmesi anlamına gelir. İşte bu kaymanın olmaması anlamına gelir.

Bu ipin v_r hızının, V_{rope} un, makaranın yarıçapı R çarpı ω ya eşit olması demektir.

İşte bu, kaymanın olmaması demektir. İpin bu hızının türevi olan ivme, "a" eşittir

ω nokta çarpı R yani α çarpı R dir. ω açısal hız ve α ise açısal ivmedir.

Bu kayma olmadığı durumlar için önemli bir hususdur.

Şimdi birinci cisimden başlayalım ve Newton'un ikinci yasasını yazalım. Birinci cisim için, bu yönü, pozitif yön olarak alıyorum; ikinci cisim için ise, bu yönü pozitif yön olarak alıyorum. Sadece, bana daha kolay geldiği için. Bu durumda T_1 eksi m_1g , eşit, m_1a olmalıdır. Bu 1 nolu denklem. T_1 in ve a nın ne olduğunu bilmiyorum.

İkinci denklem, bunun için. Bu yönü pozitif yön olarak alıyorum. m_2g eksi T_2 , eşit, m_2a olmalıdır. Bu da 2 nolu denklem.

Bir bilinmeyen daha eklendi. Tabii ki bir denkleme daha ihtiyacım var. Ayrıca, makarayı da düşünmek zorundayım. Makara üzerindeki net kuvvet sıfırdır.

Yerinde durmasının nedeni budur. Fakat aynı zamanda dönecektir. Çünkü bu T_2 gerilmesi bu T_1 gerilmesinden daha büyüktür. Yani, P noktasına göre bir tork söz konusudur. Ve tork, r vektörel çarpım F olarak tanımlanır.

P noktasına göre tork, bu konum vektörünün büyüklüğü çarpı bu kuvvettir. Bu tork tahta düzleminden içeri doğrudur. Tahta düzleminden içeri doğru olanı pozitif olarak alıyorum. Bu kuvvetten dolayı ise tork, tahta düzleminden dışarı doğrudur; bunu da negatif olarak alıyorum.

Bu açı 90 derece olduğundan, basit bir şekilde, bu P noktasına ilişkin tork, silindirin yarıçapı R , çarpı T_2 ye eşittir.

Bu pozitif kısmı oluşturur. Negatif kısım ise, yarıçap R çarpı T_1 dir.

Bu kuvvet ve bu kuvvetin P noktasından geçtiğine ve tork'a bir katkı yapmayacağına dikkat edin. Böylece, P noktasına göre eylemsizlik momenti, (I_P) çarpı α ya eşit olur. Fakat hiç kayma olmadığı için, α , a bölü R ye eşittir.

Dolayısıyla bu P noktasına göre eylemsizlik momenti çarpı a bölü R dir. Ancak, kütle merkezi etrafında dönen bir disk olduğundan, eylemsizlik momentinin ne olduğunu biliyorum. Buna kitapta baktım. Eğer buna sınav sırasında ihtiyacınız olursa, bunu sınav kağıdında bulacaksınız.

Ve 1 bölü 2 $M R$ karedir.

1 bölü 2 $M R$ kare çarpı a bölü R , bir R yi yok ediyorum ve bu duruma T_2 eksi T_1 eşit 1 bölü 2 Ma dır. İkinci R yi de yok ettiğime dikkat edin.

Ve böylece şimdi üçüncü bir denklemim var ve bunlardan T_2 yi, T_1 i ve a yı, çözebilirim. Ve benim yaptığım kadar sizler de yapabilirsiniz.

Eğer sonucu bulursanız, sonuçlarınızın anlamlı oldukları konusunu test etmeniz gerekir. İlk yapmanız gereken şey, m_2g nin T_2 den daha büyük olduğundan emin olmaktır. Böyle olması gerekiyor. Aksi takdirde, aşağı doğru ivmelenmeyecektir.

Ayrıca, T_1 in, m_1g den büyük olduğunu da, kontrol etmelisiniz. Öyle olması gerekiyor.

Ayrıca T_2 nin T_1 den daha büyük olması gerektiğini de kontrol etmelisiniz. Aksi takdirde, makara saat yönünde dönmeyecektir.

Ayrıca m_2 nin m_1 e eşit olduğu ufak bir kontrolü de yapmanız faydalıdır. Bu durum ivmenin sıfır olması gerektiğini ve T_1 in T_2 ye eşit olması gerektiğini de verecektir.

Bunlar çok kolay şekilde test edebileceğiniz çok açık şeylerdir. 10 saniyeden fazlanızı da almaz.

Ve eğer bunlardan birisi sağlanmıyorsa, bu durumda bir yerde hata yapmışsınızdır. Bu sizlere, probleme geri dönme fırsatı verecektir.

Tamam, şimdi başka bir problem çözelim. Bir fiziksel sarkacın basit harmonik hareketi.

Burada kütlesi M , uzunluğu l olan bir çubuğum var. Buradan dönmektedir ve tahta düzlemine dik olan bir eksen etrafında sürtünme olmaksızın dönmektedir.

Burası çubuğun merkezidir ve bu θ açısı olsun. P noktasına göre bir tork vardır.

Ayrıca P noktasından geçen kuvvet de vardır. Ve bu kuvvetle ilgilenmiyorum.

Burada mg yi biliyorum. P noktasına göre torku alacağım; bu kuvvetle ilgilenmiyorum, fakat P noktasından geçen bir kuvvet olmalıdır.

Aksi takdirde eğer sadece tek kuvvet bu olsa idi, bu çubuk, aşağı doğru bir g ivmesi ile hızlanırdı. Fakat bunun böyle olmadığını biliyoruz. salınacaktır. Yani P noktasına bir kuvvet etkimelidir. Ne olduğunu bilmek istemiyorum, fakat bir kuvvet olmalıdır.

Dolayısıyla P noktasına göre olan tork buradan buraya olan r_P konum vektörü vektörel çarpım bu kuvvet olacaktır.

Böylece büyüklüğü $1 \text{ bölü } 2 l$ çarpı Mg çarpı bu açının sinüsü, bu açı θ olduğundan yani $\sin\theta$ dır. Vektörel çarpımda açının sinüsü vardır.

Yani bu, P noktasına göre torktur ve aynı zamanda P noktasına göre eylemsizlik momenti çarpı α olmalıdır. Makarada elde ettiğimizden hiçbir farkı yok.

Yani α eşit ω noktadır. Aynı zamanda θ 'iki-nokta' ya eşittir.

Bu ω açısal hızdır, $d\theta / dt$ ye eşittir ve türev bana açısal ivmeyi verir.

Burada, eksi işareti olmalıdır. Bu önemlidir, çünkü tork geri çağırıcıdır.

Yayda elde etmiş olduğumuz durum ile aynı. Bir yayı titreştiriyorduk ve yay kuvveti eksi kx idi. Buradaki eksi işareti, tamamıyla aynı rolü oynamaktadır.

Bundan dolayı buraya eksi I_P çarpı θ 'iki nokta' yazıyorum.

Eğer şimdi küçük açı yaklaşımını kullanırsak, Küçük açı yaklaşımı..

Eğer θ radyan biriminde ise, bu durumda $\sin\theta$ yaklaşık olarak θ ya eşittir.

Ve şimdi burada $\sin\theta$ yerine θ yazabilirim. Ve eğer bunu diğer tarafa götürürsem, θ 'iki nokta' artı $1 \text{ bölü } 2 / M g \text{ bölü } l$ eylemsizlik momenti çarpı θ eşit sıfır, elde ederim.

Tabii ki, yüksek bir dalgaya binmiş gibi mutlu olurum. Çünkü burada, basit harmonik harekete sahip olduğumuzu söyleyen bir denklemi görmekteyim.

θ 'iki-nokta', artı, sabit, çarpı θ , eşit sıfır' dır.

Ve böylece $\theta = \theta_{\max} \cos(\omega t \pm \phi)$ şeklinde bir çözüm elde etmeliyiz. Buradaki ω nın, oradaki ω ile hiçbir alakası yoktur. Bu, açısal frekanstır.

Bu ise, $2\pi \text{ bölü } \omega$ şeklinde verilen salınımın T periyodu ile ilişkilidir.

Bu, bir sabittir. Bu ω ise sabit değildir. Maalesef fizikte bazen aynı anda, aynı sembolleri kullanıyoruz.

Cisim durduğu zaman, açısal hız sıfırdır. Cisim burada olduğu zaman ise, maksimumdur. O ω , hep aynıdır. Bir salınımın ne kadar zaman alacağı ile ilgilidir.

Her ikisi de ω olarak adlandırılır ve her ikisi de radyan bölü saniye birimindedirler.

Daha fazla şaşırtıcı olamazdı.

Pekala, eğer I_P nin değerini bulursak, bu durumda açısal frekansı ve periyodu da, elde edebiliriz. O halde P noktası için eylemsizlik momentini hesaplayalım.

Bunu yapmak için, paralel eksen teoremini uygulamak zorunda kalacağız. Çünkü muhtemelen, sizlere kütle merkezinden geçen ve bu eksene paralel olan eksen için eylemsizlik momenti verilmiştir.

Ve bu durumda siz paralel eksen teoremini uygulamak için, kütle ile bu iki eksen arasındaki uzaklığın karesini ilave etmelisiniz. Ve böylece bu kütle merkezinden geçen eylemsizlik momenti I_P , artı M çarpı bu iki eksen arasındaki mesafenin karesi.

Ve bu iki eksen arasındaki mesafe 1 bölü 2 / dir. Ve karesi 1 bölü 4 / karedir.

Ve kütle merkezi etrafında dönen bir çubuk için eylemsizlik momentinin ne olduğuna kitapta baktım. Çubuk ve eksen diktir. Ve bu 1 bölü 12 M / kare artı 1 bölü 4 M / kare. Bu bana 1 bölü 3 M / kare verir.

Şimdi I_P nin ne olduğunu biliyorum ve bu yüzden şimdi ω açısal frekansını bulabilirim.

Bu işlemi, herşey aynı tahtada olsun diye, bu kısımda yapacağım. Dolayısıyla buradaki bu terim ω karedir. ω kare eşit 1 bölü 2 / M g bölü 1 bölü 3 M / kare olur.

/ lerden bir tanesini ve M leri yok ediyorum; yerçekimi nedeniyle M 'lerin yok olması sıklıkla olur ve bu bana 3 bölü 2 g bölü / değerini verir.

Ve böylece bir salınım periyodu 2π bölü ω dir. Ve ω bunun kareköküdür. Ve bu 2 bölü 3 l bölü g nin karekökü eder. Ve bu, bu çubuğun salınım periyodudur.

Biz derslerde buna benzer şeyler üzerinde çalıştık ve hatta periyodunu bulduk ve teorik olarak düşündüğümüz ile çok uyumlu olduğunu gördük.

Şimdi siz dönen bu diskin, zamanla değişen kinetik enerjisinin, ne olduğunu sorabilirsiniz. Dönen diskin kinetik enerjisi: 1 bölü 2 $I \omega$ kare'dir.

Doğrusal kinetik enerjinin, 1 bölü 2 $m v$ kare olduğunu hatırlayın.

Dönme hareketinde, doğrusala kıyasla m yerine I ve v yerine ise ω gelir.

Böylece dönme kinetik enerjisi, 1 bölü 2 $I \omega$ karedir.

Bu denklem sınavda karşınıza çıkacak. Bu P noktasındaki I dır.

Zamanın fonksiyonu olarak , θ nin ne olduğunu biliyorsunuz. Böylece ω eşit $d\theta / dt$ olduğundan, ω nın ne olduğunu bulabilirsiniz. I_P nin ne olduğunu biliyorsunuz; biraz evvel hesaplamıştık. Ve böylece herhangi bir andaki dönme kinetik enerjisinin ne olduğunu bilirsiniz.. Bu değişecektir.

Durma anında sıfır, burada ise maksimum olacaktır. Bu noktada, maksimum seviyede olan çekim potansiyel enerjisinden, , burada maksimum olacak kinetik enerjiye sürekli bir şekilde dönüşüm söz konusudur.

Böylece bu, açık bir şekilde zaman içinde değişecektir; dönme kinetik enerjisi.

Bir eliptik yörüngemiz olduğunda, problem 8.1'in Kepler yasalarını, Newtonun yerçekimi yasalarını uygulamak için güzel bir örnek olacağını düşündüm.

Burada, M kütleli ve R yarıçaplı bir gezegenimiz var. Dönmemektedir ve atmosferi bulunmamaktadır. Biraz yapay bir gezegen.

Bir uydu fırlatıyoruz ve bu uydu tam burada iken v_0 olarak adlandırdığımız bu hıza ulaşıyor. Yüzeydeki duruma göre bu açı 20 derece. Bizlere, en uzak noktanın, gezegenin yarıçapının 5 katı olduğu veriliyor.

Eğer eliptik yörüngeyi çizmeye çalışırsam, bu hıza hemen ulaşıldığını kabul ediyorum, bunun anlamı, bu noktanın da yörünge üzerinde bir nokta olması demektir. Eğer yörüngeyi çizmeye çalışırsam, bu durumda eliptik yörünge buna benzer bir şey olacaktır. Bu durumda, bu mesafe $5R$ dir.

Bu noktayı A olarak alıyorum. Bu nokta, merkezden en uzak olan noktadır.

Uydunun gezegene tekrar çarpacağı açıktır, fakat bu bizi hiç endişelendirmiyor.

Bu elipsi çizdiğim zaman, gezegenin tüm kütesinin elipsin içinde olduğunu varsaydım. Örneğin, burada bir yerde.

Oysa, durum böyle değildir. Yani, elipsin sadece bu parçası, bu gerçeğe uygundur, bu kısmı ise, kesinlikle bu gerçeğe uygun durumda değildir.

Sizden istenilen, yalnız, $5R$, 20 derece ve kütle verildiğinde, v_0 hızının ne olduğunu hesaplamaktır. Ben bunlara, en uzak nokta olan A noktasındaki hızın ne olduğunu ve hatta, burasının $2a$ olduğu durumda, yarı büyük eksenin ne olduğunu da ilave edebilirim. Bütün bunlar başlangıç koşulu bilgilerinden elde edilebilir.

Açısal momentum L , R vektörel çarpım P ye eşittir.

Yörüngedeki m kütleli bir cisim için açısal momentum sadece bu noktaya göre alırsanız korunumludur. Bu noktayı ne olarak adlandırdım şimdi hatırlamıyorum.

Sanki P noktası idi.

Onu okumakta zorlanıyorum. Şimdi C olarak alıyorum. Yani , bu yörüngedeki bir cismin açısal momentum' u, herhangi bir noktaya göre değil, sadece bu noktaya göre korunumludur. Böylece, C noktasına göre açısal momentum, buradaki zaman anında, büyük R konum vektörü, çarpı hızdır. Fakat bunu 20 derecenin sinüsü ile çarpmam gerekiyor. Böylece mv , doğru değil mi? Burada v_0 alıyoruz.

Böylece $m v_0$ büyük R $\sin 20$ derece elde ederiz.

Ve bu buradaki açısal momentuma eşit olmalıdır. Buradaki açısal momentumun da, tahta düzleminden içeri doğru olması konusunda şüphem yok. Sadece, büyüklüğünü bilmek istiyorum.

Cisim burada olduğu zaman, açısal momentum için konum vektörü $5R$ dir.

Hız v_A dır, fakat açı 90 derecedir. Böylece bu açının sinüsü birdir.

Böylece m çarpı v_A çarpı $5R$ elde ederim.

Küçük m leri yok ediyorum. Ve böylece iki bilinmeyenli bir denklemim söz konusudur.

v_0 ın ve v_A nın ne olduğunu bilmiyorum. Başka bir denkleme ihtiyacım var.

Peki, bunlar korunumlu kuvvetlerdir; çünkü yerçekimi ile ilgileniyoruz.

Bu durumda, mekanik enerji korunmalıdır, ya da sistemin toplam enerjisi korunmalıdır diyebiliriz. Sistemin toplam enerjisi, kinetik enerji artı potansiyel enerjidir. Ve bu korunmalıdır. Buradaki toplam enerji, oradaki ile aynı olmalıdır.

Buradaki toplam enerji nedir? Kinetik enerji $\frac{1}{2} m v_0^2$ ın karesidir.

Buradaki potansiyel enerji nedir? Bu, eksi mMG bölü merkeze uzaklık olan büyük R dir. Bu , tam buradaki toplam enerjidir.

Buradaki toplam enerji değişmiş olamaz. Bundan dolayı $\frac{1}{2} m v_A^2$ kare eksi mMG bölü $5R$ dir. Burada mesafe $5R$ ye eşittir.

Küçük m leri yok etmeyi bir kenara bırakırsam, ikinci bir denklemin var olduğunu fark ederim. Başka bir bilinmeyen bu denklemde yazılmadı. Böylece iki bilinmeyenli iki denklemim var. v_0 ve v_A . Bu denklemleri çözebilir, her ikisini de bulabilirsiniz.

İlginçtir ki, sizler yarı büyük eksenin, uzunluğunu da bulabilirsiniz. Çünkü sistemin toplam enerjisi de, eksi mMG bölü $2a$ 'dır. Bu denklem de sınavınızda olacak.

Böylece, eğer v_0 'ı, ya da v_A yı biliyorsanız, m ler birbirini yok eder, bu durumda yarı büyük eksen uzunluğunu da hesaplayabilirsiniz.

Pekala, şimdi Doppler kayması. Doppler kayması hakkında bir şeyler yapalım.

İlk olarak elektromanyetik radyasyonun Doppler kayması, ışık, radyo dalgaları, X ışınları. Bize göre v hızı ile hareket eden bir yıldız var.

Elektromanyetik radyasyon ile ilgilendiğimizden dolayı, bizlerin mi yıldıza göre yoksa yıldızın mı bize göre hareket ettiğini sormuyoruz.

Bu soru özel görelilikte oldukça anlamsız bir sorudur.

Siz buradasınız. f üssü frekansı alıyorsunuz ve o yıldız burada ve o belli bir hız ile hareket ediyor. Şimdi bu hızın v olduğunu ve bu açının da θ olduğunu varsayalım.

Hızın sizin yönünüzdeki bu bileşeni, $v \cos\theta$ dür. Biz bunu “radyal bileşen” olarak adlandırıyoruz. Yıldızın bize doğru, ya da bizim yıldıza doğru hareket ediyor olmamız hiçbir değişiklik yaratmaz.

Eğer yıldızın hızı c ışık hızından çok çok daha küçük ise, bu durumda alacağınız, f üssü frekansı, f çarpı 1 artı v bölü c , çarpı $\cos\theta$ olur.

Bu denklem de sınavınızda olacak. c nin değeri 3 çarpı 10 üzeri 5 kilometre bölü saniyedir.

Eğer $\cos\theta$ pozitif ise, cisim size doğru yaklaşmaktadır ve daha büyük frekans alırsınız. Eğer $\cos\theta$ negatif ise, cisim sizden uzaklaşmaktadır. Radyal bileşen, sizden uzaktadır ve frekans daha küçüktür. Optik astronomide, bizler frekansı ölçemeyiz. Biz sadece ‘dalga boyunu’ ölçebiliriz.

Ve dalga boyu ile frekans arasındaki ilişki, λ eşit ışığın hızı bölü frekans şeklindedir.

Bunu o eşitlikte yerine yazabiliriz, f eşittir c bölü λ ve f üssü eşit c bölü λ üssüdür.

Bunu yaptığımız zaman, 1 bölü 1 artı x ’in, 1 eksi x e eşit olduğu yaklaşıtlarını da kullanabiliriz; x in birden çok küçük olduğu durumlarda..

Bu , “Taylor Açılımı” nda, birinci dereceden bir terimdir.

Bu durumda λ üssü λ çarpı 1 eksi, oradaki sebepten dolayı artı işareti eksiye döner, v bölü c çarpı $\cos\theta$ şeklinde elde edilir.

Burada radyal hızın olduğuna dikkat edin. İşte burada.

Eğer λ üssü, λ dan büyük ise, cisim bizden uzaklaşmaktadır.

Biz bunu , “kırmızıya kayma” olarak adlandırırız; cisim bizden uzaklaştığında..

Eğer, λ üssü, λ dan küçük ise, bu durumda dalga boyu küçüldüğü için, biz bunu, “maviye kayma” olarak adlandırıyoruz. Spektrumun mavi ucuna doğru hareket etmektedir.

Burada dalga boyu daha büyük olmaktadır spektrumun kırmızı ucuna doğru kaymaktadır.

“ Maviye kayma” , cismin size doğru yaklaştığı anlamına gelir.

Bu konuyu anlatırken, λ üssü bölü λ nın 1.00333 olduğu örneğini ele almıştık.

Eğer bunu bu denklemde yerine yazarsanız, $v \cos \theta$ nın eksi 100 kilometre bölü saniye olduğunu bulursunuz. Tüm bildiğiniz şey, sadece "radyal hız"dır. Açı hakkında asla herhangi bir bilgi elde edemezsiniz.

Bu radyal hızın 100 kilometre bölü saniye ile bizden uzaklaştığı, ya da bizim yıldızdan 100 kilometre bölü saniye ile uzaklaştığımız anlamına gelir.

Bu özel görelilikte aynı şeydir.

Eğer bunu "ses"e uygularsanız, bu durumda oldukça benzer bir denklem elde edersiniz.

Bu ders salonunda hareketsiz bir şekilde oturduğunuzu varsayın. Fakat ben ses kaynağını size doğru hareket ettiriyorum. Siz hareket etmiyorsunuz. Bu durumda, benzer bir eşitlik elde edersiniz. İşitecek olduğunuz f üssü frekansı, eşit f çarpı 1 artı v bölü v_s ses hızı, çarpı $\cos \theta$ şeklindedir. Ve sesin hızı, oda sıcaklığında, yaklaşık 340 metre bölü saniyedir. Başka bir deyişle, eğer bir daire çevresinde bir şeyi döndürürsem ve sizler de bu çember düzleminde iseniz, burada iseniz,

Bu durumda, cisim sizlere doğru yaklaştıkça, maksimum frekans duyarsınız. f üssü f 'den büyüktür.

Ve sizden uzaklaştıkça, frekansta bir azalma hissedeceksiniz. f üssü f 'den daha küçüktür.

Ve cisim burada ve burada olduğu zaman, Açı 90 derece ve $\cos \theta$ sıfır olduğu zaman, f üssü eşit f ve yine f üssü eşit f olduğunu bulacaksınız.

Eğer bir şeyi döndürürsem, çevresi etrafında bir yörünge hızı ile döndürdüğümü varsayalım; ve bu yörünge hızını, sadece güzel değerler elde etmek için, 3.4 metre bölü saniye olarak alıyorum. Bu durumda bu 0.01 olur.

Ve ses kaynağı sizlere doğru yaklaştığında frekansta % 1'lik bir artış işitirsiniz. Ve sizlerden uzaklaştığı zaman ise, % 1 lik bir azalma hissedeceksiniz.

Burada yaklaşık olarak 1.500 hertz üreten bir ses kaynağı var. Onu etrafında döndürebilirim. Saniyede bir tur döndürebilirim ve bu size bu hızın iki katını verir.

Ve böylece sizlere doğru yaklaştıkça % 2 lik bir artış, sizlerden uzaklaştıkça % 2 lik bir azalma işitirsiniz. Doppler kaymasını işitebiliyor musunuz?

Duvarın yansımaları olduğu için, ders salonunda artma ve eksilmeyi fark etmek nispeten zordur.

İşitebiliyor musunuz? Sizlere doğru yaklaştığında, uzaklaştığından daha yüksek tonda ses duyarsınız.

Pekala, “yuvarlanan cisimler”. Tepeden aşağı doğru bir şeyleri yuvarlayalım.

Klasik problem. Buna sınavlarda çok rastlarsınız.

Bir top alırız ve onu eğik düzlemde aşağı doğru yuvarlarız. Bu, eğik düzlem, ve bu da β açısı. Küre şeklinde olan top burada, Bu sert bir küre, M kütleli ve R yarıçapında. Sert bir küre. Burası topun merkezi .

Bu noktayı P olarak alıyorum. Aklıma gelebilecek bütün kuvvetleri çiziyorum.

Burada Mg var. Ve bu P noktasında yüzeyden normal kuvvet vardır.

Ve sürtünme vardır. Bu sürtünme kuvvetidir.

F_f ve N 'nin kuvvet toplamına , “temas kuvveti” diyoruz. Ve bu kuvvet, eğik düzlemin topu ittiği kuvvettir. Fakat genelde bu kuvveti eğik düzleme paralel ve dik olmak üzere bileşenlerine ayırırız.

Böylece cismin maruz kaldığı kuvvetler sadece bu üçüdür. Ve şimdi sizlere “ a ” ivmesinin ne olduğunu sorabilirim. Eğik düzlemde aşağı doğru olan ivme.

Ve sizlere sürtünme kuvvetinin ne olduğunu sorabilirim.

Bunları sizlere “saf yuvarlanma” durumunda soracağım. “Saf yuvarlanma” ne demektir?

Bu eğer bu çevre bir santimetre hareket ederse, kütle merkezinin de aynı zamanda 1 santimetre hareket etmesi demektir. Dolayısıyla bu kütle merkezinin hızının, v_c nin, her zaman ωR olacağı anlamına gelir. Ve ω zamanla değişen açısal hızdır.

Ve bu, “ saf yuvarlanma ”nın koşuludur.

Eğer dönen bir kürem veya bir silindirim varsa, çevresel hızı her zaman, ωR olacak. Durduğu yerde bu şekilde deliler gibi dönüyor olabilir. Ama ileri doğru gitmiyor olsa bile çevresel hız daima ωR dir.

Fakat eğer kütle merkezi de aynı hızda hareket ediyorsa, sadece bu durumu “ saf yuvarlanma ” olarak adlandırırız.

Eğer bunun türevini alırsanız, a eşit ω nokta çarpı R elde edersiniz. Ve bu da αR ye eşittir, α açısal ivmedir.

Pekala, şimdi C noktasına göre, torku yazacağız. Eğer C noktasını alırsam, bu durumda Mg ve N kuvvetleri tork oluşturmaz.

Sadece ilgilenmem gereken bir kuvvet vardır. C noktasına göre tork;

Torkun tahta düzleminden içeri doğru olması beni ilgilendirmiyor. Sadece büyüklüğünü bilmek istiyorum.

Bu R çarpı F_f , R çarpı sürtünme kuvvetidir.

Ve bu da, C noktasının eylemsizlik momenti, çarpı α olmalıdır.

Bunu, daha evvel iki defa gördük. Ve α , a bölü R olduğundan. Bu I_C çarpı a bölü R olur.

Bu a 'nın ve F_f in bilinmediği birinci denklem oluyor. Henüz yeterli değil; daha fazlasına ihtiyacım var.

"Newton'un İkinci Yasası", her zaman geçerlidir. Kütle merkezi için, her zaman F eşit Ma geçerli olmalıdır.

Şimdi tüm yapacağım şey, kütle merkezine gitmek ve ona: "eğik düzlem boyunca, uygulanan kuvvet nedir?" diye sormaktır. Eğik düzleme dik olanlar beni ilgilendirmiyor. Sadece eğik düzlem boyunca aşağı doğru olan kuvveti sorguluyorum.

Bu, Ma ya eşit olmalıdır. Bunun tartışması bile olmaz. Çünkü kütle merkezinin karakteristiği budur.

Bu yukarı yönlüdür. Aşağı yönlü olan tek kuvvet Mg nin eğik düzlem boyunca olan bileşenidir ve bu da, $Mg \sin \beta$ şeklindedir.

Bu yönü pozitif olarak alıyorum. Böylece $Mg \sin \beta$ eksi şu sürtünme kuvveti, eşit M çarpı a olmalıdır. Bu benim ikinci denklemim.

Şimdi, İki bilinmeyenli iki denklemim var ve bunları çözebilirim.

a bilinmemektedir ve sürtünme kuvveti bilinmemektedir.

Benim yapabildiğim kadar sizler de bunu yapabilirsiniz. O nedenle, size sadece sonuçları vereceğim. Cebir üzerinde fazla zamanınızı harcamak istemiyorum.

a , ivme, "saf yuvarlanma" durumunda ve "sadece saf yuvarlanma durumunda",

a eşit $M R$ kare çarpı g çarpı $\sin \beta$ bölü $M R$ kare artı I_C dir.

Ve sürtünme kuvveti, Onu bu denklemden görebilirsiniz, I_C çarpı a bölü R karedir.

Buradaki a ' ları yok etmiyorum. Aksi takdirde çok karmaşık bir hal alır.

Ve böylece sürtünme kuvveti, I_C eylemsizlik momenti çarpı a bölü R kare olur.

Böylece bu a , burada yerine yazılmalıdır. İvme, kütleden ve yarıçaptan bağımsızdır.

Sezgisel açıdan kavranması çok zordur.

Topu bu büyüklükte veya bu büyüklükte almanız önemli değildir. Kütlenin de ne olduğu önemli değildir.

Bunun sebebi, birazdan göreceğiniz gibi, eylemsizlik momentinin $M R$ kare terimini içeriyor olmasıdır. Ve tüm $M R$ kareler yok olacaktır.

İlk olarak β nın, a ile olan ilişkisine bakalım.

β sıfır olduğu zaman, a 'nın da sıfır olacağına dikkat edin. Böyle de olması gereklidir.

Çünkü eğer hiç eğim yoksa, hiçbir ivme de söz konusu değildir.

a eşit sıfır olduğu zaman, sürtünme kuvvetinin de sıfır olacağına dikkat edin. Bunun da böyle olması gereklidir. Bu kolay bir test yöntemidir. Bu yoldan, "iç tutarlılık" kontrolünü yapabilirsiniz.

Şimdi, I_C 'ye bakalım. I_C nedir? Tablodan, kütle merkezinden geçen eksen etrafında dönen bir küre için değerine baktım. Hatırlayabildiğim en iyi birkaç taneden biridir.

2 bölü 5 $M R$ kare. Eğer bunun yerine onu yazarsam, saf yuvarlanma şartları altında ivmenin, 5 bölü 7 g çarpı $\sin\beta$ olacağını bulurum.

Ve F_f sürtünme kuvveti de sanırım, 2 bölü 7 $Mg \sin\beta$ ya eşittir.

Bunlar, "eylemsizlik momentini" kullanarak elde edilen sonuçlardır.

Bu sonuçlara biraz daha yakından bakalım.

Eğer hiç sürtünme yoksa, ivmenin $g \sin\beta$ olduğunu biliyoruz.

Hiç sürtünme olmadan kayan bir cismin ivmesinin, $g \sin\beta$ olduğunu hatırlıyoruz.

Şimdi neden daha düşük? Neden 5 bölü 7 kez daha küçük? Çok açık.

Çünkü bir cisim aşağı doğru yuvarlanarak inerken, toplam kinetik enerji, dönme kinetik enerjisi artı doğrusal ilerleme kinetik enerjisinin toplamıdır.

İleri doğru hareket için bu 1 bölü 2 $M v$ karedir.

Eğer kayan cisminiz varsa, bu durumda sadece "doğrusal bileşen" söz konusudur.

Hiçbir "dönme kinetik enerjisi" yoktur.

Böylece şimdi doğrusal ilerleme kinetik enerjisi daha küçük olmalıdır. Çünkü çekim potansiyel enerjisinin bir kısmı, dönme kinetik enerjisine dönüşmektedir. Ve bu nedenle, daha yavaş gitmesi gerekir ve ivme daha küçük olmalıdır. Bu tamamen anlaşılır ve $g \sin\beta$ değerinden daha küçüktür.

"Sürtünme kuvveti" ne bakalım.

Bu bir "saf yuvarlanma" durumu. Sürtünme kuvvetinin, mümkün olan maksimum değerini asla aşamayacağını biliyoruz. Bu kabul edilemez.

Eğer sürtünme kuvveti maksimum değerine ulaşırsa, bu durumda kaymaya başlayacaktır. O takdirde artık saf yuvarlanma geçerli olmaz.

Başka bir deyişle, 2 bölü 7 $Mg \sin \beta$ ile verilen “sürtünme kuvvetinin”, maksimum sürtünme kuvvetinden daha küçük olması gerektiği koşulu vardır.

Fakat maksimum sürtünme kuvveti statik sürtünme katsayısı, μ_s , çarpı $Mg \cos \beta$ ile verilen bu N değeridir. Böylece bu μ_s çarpı $Mg \cos \beta$ olur.

Mg leri yok ediyorum. Ve böylece “saf yuvarlanma” durumunu elde etmek için, statik sürtünme katsayısının, 2 bölü 7 tanjant β ’dan daha büyük olması sürpriz değildir. Bu α değil, β olacak.

Bir bakıma, bu şüphesiz memnuniyet vericidir. Ve hepimiz içgüdümüzle biliyoruz ki, eğer açığı çok büyük yapar ve bu şekilde döndürürseniz, saf yuvarlanma yapması mümkün değildir. Şüphesiz yuvarlanacaktır, ancak aynı zamanda kayacaktır.

Örneğin, eğer sürtünme katsayısını dondurup sabit tutarsanız ve sürtünme katsayısını 0.2 olarak alırsanız, bu durumda, bu β açısının 35 dereceden daha az olması gerekir. Bu sadece bir örnek. Ve bu oldukça anlaşılır.

Dersin birinde hava rayı üzerinde sürtünme olmaksızın kayan bir cismin salınım periyodunu hesapladığımızı hatırlayın. Oldukça büyük yarıçaplı dairesel bir eğri idi.

Yüzlerce metre idi. Ve burada kayan bir cismimiz vardı ve sürtünme olmadan kayıyordu. Ve biz periyodun, sanki bir sarkaçmış gibi, 2π çarpı karekök R bölü g olduğunu elde etmiştik. Ve gerçekten de öyledir.

Biz bunu hava rayı ile yapmıştık ve sonuçlar tahmin ettiklerimiz ile inanılmaz doğrulukta bir uyum ve kesinlik gösteriyordu.

Ve daha sonra küçük bir yarıçap durumunda deneme yaptık. Bir top ile, yuvarlanan bir top ile, bununla.

Bu eğrinin eğrilik yarıçapı 85 santimetre idi ve periyodu 1.85 saniye olarak tahmin etmiştik. Bu denklem ile.

Ve biz bunu ölçtük ve ne bulduk? Oldukça fazla. Sanırım 2.3 saniye gibi bir şey ölçtük. . Ve ben sizlere dersin sonunda, “neden böyle ?” diye sordum. Ve bazılarınız, “yarıçap küçük olduğu için” dedi. Sebep bu değildi. Çünkü açı, yer değiştirme açısı hala çok küçüktü.

Bu maksimum açı, θ maksimum o kadar küçüktü ki bu periyodun neden bu kadar büyük olacağını asla izah edemezdi. Ama şimdi biliyorsunuz : çünkü cisim, aşağı doğru yuvarlandığı zaman, kinetik enerji kısmen doğrusal terimden ve kısmen de dönmeden kaynaklanıyor.

Kısmen doğrusal ilerleme teriminden, kısmen de dönmeden.

Eğer kayıyorsa enerji tamamen doğrusal terimdedir, dolayısıyla çok daha hızlı gider.

Şimdi ise, dönme ile paylaşmak zorundadır.

Ve daha yüksek periyot bulmamızın sebebi budur. Ve bu aynen burada tanık olduğunuz durumdur.

Bunların, “sınav tabağınızda” olacağını tekrarlamak istiyorum

Lütfen oturun. Bir dakikamız kaldı.

Bunların hepsinin bir sınavın içeriğinde olmasını sağlamam mümkün değildir.

Bir seçim yapmak zorundayım. Sadece birkaçını seçeceğim.

Bu konulardan hiç birini bugün detaylıca inceleyemedim.

Bu, inceleyemediğim konular sınavda çıkmayacak anlamına gelmez.

Bu hafta sonu özel bir ders olacak ve sizler bundan yararlanabilirsiniz; sanırım bu ders yarın sabah PIVoT ta olacaktır.

Sizlere şanslar diliyorum ve gelecek derste görüşürüz.