



MIT Açık Ders malzemeleri

<http://ocw.mit.edu>

8.01 Fizik I: Klasik Mekanik, Güz 1999

Bu materyallerden alıntı yapmak veya kullanım şartları hakkında bilgi almak için

<http://ocw.mit.edu/terms> ve <http://www.acikders.org.tr> sitesini ziyaret ediniz.

MIT Açık Ders malzemeleri

<http://ocw.mit.edu>

## 8.01 Fizik I: Klasik Mekanik, Güz 1999

## Transkript – Ders 30

Tamam, Fiziksel sarkaç konusunu anlamada bazı sorunlarınız söz konusu ve fiziksel sarkaç hakkında biraz daha konuşmak istiyorum.

İlk olarak genel hatları ile bu olaya bakalım.

Burada, tahta düzlemine dik, P noktası etrafında dönen bir cismim var ve C noktası da bu cismin kütle merkezi.

Cismin kütlesi M ve bu nedenle burada bir kuvvet  $Mg$  kuvveti var ve bu ikisi arasındaki uzaklık b olsun.

Bu cismin bağlı konumunu  $\theta$  açısı kadar kaydıracağım ve salınım hareketi yapmasını sağlayacağım.

Açıkça, çivinin olduğu noktada bir kuvvetin olması gerekir.

Eğer çivide hiçbir kuvvet olmasaydı cisim aşağı doğru g ivmesi ile ivmelenirdi.

Aslında, burada böyle olmayacaktır ama ben bu kuvveti dikkate almayacağım, çünkü P noktasına göre tork alacağım.

Bir boyutta yay konusunu incelediğimiz zaman,  $F$  eşit  $m$  çarpı  $a$  idi ve bunun da yay için eksi  $k$  çarpı  $x$  şeklinde olduğunu söylemiştik ve buradaki eksi işareti geri çağırıcı kuvveti gösteriyordu.

O halde şimdi oldukça benzer bir durum elde ediyoruz.

Dönme hareketinde, kuvvet yerine tork, kütle yerine eylemsizlik momenti ve ivme yerine açısal ivme gelir.

Şimdi burada, eksi  $r$  vektörel çarpım  $F$  var ve buradaki eksi işareti geri çağırmayı göstermektedir.

Eğer P noktasına göre torku alırsam;

Konum vektörü,  $b$ .

Kuvvet  $Mg$  ve bunları  $\sin\theta$  ile çarpmam gerekir.

Bu durumda  $b$  çarpı  $Mg$  çarpı  $\sin\theta$  elde ederim.

Buraya eksi işaretini koyabilirim.

Bu da, eksi  $P$  noktasından geçen eksen etrafındaki eylemsizlik momenti, çarpı  $\alpha$  açısal ivmesine eşittir, ve açısal ivme  $\alpha$  da,  $\theta$  iki noktadır.

Onları bir araya getiriyorum ve küçük açı yaklaşımını kullanıyorum, küçük açılar.

Bu durumda eğer radyan biriminde ise,  $\sin\theta$  yerine yaklaşık olarak  $\theta$  kullanılır.

Ve böylece hepsini bu tarafa getiriyorum ve böylece  $\theta$  iki nokta artı  $b$ , çarpı  $Mg$  bölü  $P$  noktasından geçen eksen etrafındaki eylemsizlik momenti, çarpı  $\theta$  elde ederim..

Şimdi bu benim küçük açı yaklaşımımdır ve bu sıfıra eşittir.

Bu oldukça iyi bilinen bir denklemdir.

Ve bu açıkça  $\theta$  cinsinden basit bir harmonik harekettir. Çünkü bu, sabittir.

Ve böylece  $\theta$  eşit  $\theta_{\max}$ , ki buna açısal genlik de diyebilirsiniz, çarpı  $\cos(\omega t + \phi)$  şeklinde bir çözüm elde ederiz.

Bu  $\omega$ , açısal frekanstır ve sabittir.

Oysa burada  $\omega$ ,  $\theta$  iki noktaya eşit olup açısal hızdır ve bir sabit değildir.

Bu ikisi tamamen farklıdır.

Şu açısal frekanstır.

O halde bizler bu diferansiyel denklemin çözümünün,  $\omega$  eşit bu sabitin karekökünü vereceğini biliyoruz.

$\omega$  eşittir, karekök  $b$  çarpı  $Mg$  bölü  $P$  noktasından geçen eksen etrafındaki eylemsizlik momenti şeklinde yazabiliriz.

Ve böylece salınım periyodu  $2\pi$  bölü  $\omega$  dır ve bu  $2\pi$  çarpı karekök  $I_P$  bölü  $b$  çarpı  $Mg$  şeklindedir.

Ve o halde dersin büyük bir kısmı için buna bağlı kalalım. Çünkü, bunu çeşitli geometrilere uygulayacağım.

Doğru yaptığımdan emin olmalıyım.

Evet, doğru.

Bu cismin kütesinden bağımsızdır.

Burada bir  $M$  olduğunu söyleyecek olsanız bile, eylemsizlik momentini hesaplayacağımız bütün durumlarda eylemsizlik momenti ifadesinde de kütle olacaktır.

Birazdan göreceğiniz gibi, kütle kaybolacaktır.

Burada dört tane cismim var ve hepsinin eylemsizlik momentleri farklı.

Hepsi tahta düzlemine dik olan bir eksen etrafında dönecektir ve onların periyotlarını tahmin etmek için deneyler yapacağız.

İlk olarak çubuk ile başlayalım.

O halde ilk olarak çubukla başlıyoruz.

Burada bir çubuk var.

Burası  $P$  noktası ve burası çubuğun merkezi

Çubuğun kütlesi  $M$  ve uzunluğu  $L$ .

Bu yüzden burada  $Mg$  kuvveti var.

Artık bunun hakkında endişelenmeme gerek yok.

Sadece bu eşitliğe gidiyorum ve salınan bu çubuğun periyodunun ne olduğunu bilmek istiyorum.

Tüm bilmem gereken bu  $P$  noktasından geçen eksen etrafındaki eylemsizlik momentidir.

Ve  $b$  uzunluğunun  $L$  nin yarısı olduğunu zaten biliyorum.

O halde  $P$  noktası etrafında salınım için eylemsizlik momenti nedir? Şimdi paralel eksen teoremini uygulamam gerekir.

Bunu sınavda da yapmanız gerekiyordu.

Kütle merkezi etrafında dönme için eylemsizlik bizim durumumuzda  $I_C$  dir.

Eksenlerin paralel olması gerekir, bu nedenle bu eksen tahtaya dik olan eksendir ve bu eksen de tahtaya dik eksendir.

artı çubuğun kütlesi çarpı,  $P$  ve  $C$  noktaları arasındaki uzaklığın karesi

artı  $M$  çarpı bu uzaklığın karesi.

Yani  $b$  nin karesi ve  $b$  kare 1 bölü 4  $L$  karedir.

Çubuğun bu eksen etrafında dönmesi durumunda eylemsizlik momenti nedir? Bunun için tabloya baktım.

8.01 dersini anlattığım için bunu hatırlıyorum; bundan iki ay sonra onu unutmuş olacağım.

Bunu hatırlıyorum 1 bölü 12 ML kare artı 1 bölü 4 M L kare.

Ve sonuçta 1 bölü 3 ML kare olur.

Ve bu durumda T periyodu,  $2\pi$  çarpı 1 bölü 3 M L kare şeklinde olan bu eylemsizlik momenti bölü bMg nin karekökü olur ve bu geometri için b, 1 bölü 2 L dir.

O halde 1 bölü 2 çarpı L M g ve beklediğim gibi, M leri her zaman götürdüğümüzü fark edin; M leri götürüyorum ve aynı zamanda L lerin birini de götürüyorum ve böylece  $2\pi$  çarpı karekök 2 bölü 3 L bölü g elde ediyoruz.

O halde bu, çubuk için tahmin edeceğimiz periyottur.

Birazdan kıyaslama yapacağımız için onu buraya yazalım.

Böylece periyot  $2\pi$  çarpı karekök 2 bölü 3 L bölü g dir.

Buradaki çubuğumuzun periyodu 1 saniyeye oldukça yakın olacak bir şekilde tasarlanmıştır.

Bu bizim amacımızdı.

O halde T için elde edebileceğimiz en yakın değer 1 saniyedir.

Ve eğer bu T değerini bu eşitlikte yerine yazarsanız, bu çubuğun uzunluğunu, eğer gerçekten tam ucundan dönüyorsa, 37.2 santimetre olarak elde edeceksiniz.

Bu yüzden, bu uzunluğu yakalamak için elimizden gelenin en iyisini yaptık.

Elbette bir belirsizlik, her zaman vardır.

Deliği nerede deldiğinize ve nasıl deldiğinize bağlıdır.

37.2 santimetreyi elde ederken belirsizliğin yaklaşık olarak 3 milimetre, yani 0.3 santimetre olduğunu söyleyebilirim. Sahip olduğumuz değer budur.

Bu yaklaşık olarak 370 de yaklaşık 3 lük bir hatadır.

Bunu yuvarlayalım ve bu uzunlukta %1 lik bir hata eder.

Uzunluk karekök içerisinde olduğundan, %1 lik hata % 0.5 lik hata eder. Ve böylece bu durumda periyot için tahmin edeceğim değer 1.000 artı % 0.5, yani 0.005 saniyedir.

O halde periyotta da % 0.5 lik bir hataya sahiptir. O halde bu benim tahmini periyodumdur.

Bizler 10 periyotluk gözlem salınımı yapacağız. Ve bir değer elde edeceğiz.

Benim reaksiyon zamanım saniyenin onda birinden daha iyi değildir.

Bir değer elde edeceğiz. Bu değeri de 10 a böleriz

Ve böylece her zaman periyodu belirleyebiliriz. Bu durumda periyodu iyileştirilmiş hata oranı ile saniyenin yüzde biri olarak belirleriz. Çünkü bu değeri 10 a böleceğiz, bu değer de aynı zamanda 10 a bölünecektir.

Ve bu değeri 1.0 saniyeye ne kadar yakın olarak elde edebileceğimizi görelim.

Çubuk burada. Zaman ölçen aleti, açalım.

Çubuğu denge konumundan biraz ayıracağız ve bir yerde durduğu zaman zamanı çalıştıracam.

Şimdi, bir, iki, üç, dört, beş, altı, yedi, sekiz, dokuz, on ... fena değil.

9.92. Tahminler dâhilinde doğru.

9,92, ve bu durumda bu 0.992 artı eksi 0.01 olur ve bu tahminler içinde iyi bir değerdir.

Tüm bu dört cisim de 1 saniye periyoda sahip olacak şekilde tasarlanmışlardır.

Ve şimdi soru geliyor, Bu cisimler için periyodun 1 saniye olması amaçlandığında, boyutlarının arasındaki ilişki nedir? Şimdi bu diğer üç cismin periyodlarını hesaplayalım: halka için, disk için ve sarkaç için. Sarkaçla başlayalım.

Sarkaç için, kütle merkezi burada. Burası P noktası.

Sarkaç uzunluğunu küçük / olarak alıyorum.

Onu sağ tahtada orada görüyorsunuz. O halde b eşit / dir.

Bu P ve C noktaları arasındaki mesafedir.

Şimdi P noktasından geçen eksen etrafındaki eylemsizlik momenti oldukça kolaydır.

Bunun kütlesi yoktur.

Tüm kütle burada ve büyük M dir. O halde bu M çarpı / kare olmalıdır.

Bu eşitliğe gidiyorum, “sarkacın periyodu nedir?” diye soruyorum.  $2\pi$  çarpı karekök l bölü g değerini elde etmemiz şaşırtıcı olmayacaktır.

Bunu daha önceden görmüştük. Fakat elbette bu şekilde daha karmaşık bir yolla da elde edebilirsiniz. O halde burada  $2\pi$  çarpı karekök / bölü g elde ederiz.

Şimdi halka için yapalım. Bu halkadır. Burada P noktasından salınıyor.

Kütle merkezi tam olarak ortasında, hiçbir şeyin olmadığı bir yerde.

Tam burası kütle merkezidir.

Ve böylece  $b$  mesafesi, halkanın yarıçapıdır. O halde  $P$  noktasından geçen eksen etrafındaki eylemsizlik momentini hesaplamamız gerekir.

Şimdi yine paralel eksen teoremini kullanmak zorundayız.

Kütle merkezinden geçen,  $C$  noktasından geçen eksen boyunca dönme için eylemsizlik momenti, eğer  $R$  halkanın yarıçapı ise,  $M$  çarpı  $R$  karedir

Tüm kütle halkanın çevresindedir. Ve tüm kütle, kütle merkezinden  $R$  mesafesi kadar uzaklıktadır. Ve bu durumda paralel eksen teoremine göre bunu eklemeniz gerekir.

Kütle çarpı bu mesafenin karesi, ve bu mesafe  $R$  dir. Böylece  $MR$  kare elde edersiniz. O halde  $2M R$  kare.

Bu durumda salınımın periyodu nedir?  $I_P$ , yani  $2MR$  kare, bölü  $bMg$ , dir.

$b$ ,  $R$  ye eşittir. Yani  $RMg$

$R$  leri götürüyorum,  $M$  leri götürüyorum ve bunu daha önceden görmüştük.

Bunu 21 nolu derste türetmiştim.

Herşeyi ders numarasına göre hatırlarım, ister inanın ister inanmayın.

Şimdi bu durumda periyot  $2R$  uzunluklu bir sarkacın periyodu ile aynıdır.

Bu halka içindir.

O halde  $2\pi$  çarpı karekök  $2R$  bölü  $g$  elde ederiz.

Kıyaslamalarını birazdan yapacağım. Sadece hepsini bitirmek istiyorum.

Ve şimdi disk için yapmak istiyorum. Bu sonuncusu ama daha az önemli değil.

Disk için, şimdi yapmamız gereken, eylemsizlik momentini hesaplamaktır.

Bu sizin sınavda karşılaştığınız problemle oldukça benzeşmektedir.

Disk burada, katı bir disk.

Burası  $P$  noktası, burası kütle merkezi, fakat şimdi katıdır. Ve yine  $b$  eşir  $R$  dir.  $P$  ve  $C$  noktaları arasındaki mesafe.

Ve şimdi  $P$  noktasından geçen eksen etrafındaki dönme için eylemsizlik momenti, kütle merkezi etrafında dönme eylemsizlik momentidir, tabloya bakarsınız.

Sınavda notların ön yüzünde verilmişti.  $1$  bölü  $2 M R$  kare.

Bu kütle merkezi etrafında dönme için eylemsizlik momentidir.

Ve şimdi bu  $M b$  kare terimini eklememiz gerekir ve  $b$  eşit  $R$  dir. O halde  $M R$  kare eklememiz gerekir.

Bu durumda  $3$  bölü  $2 M R$  kare elde ederiz.

O halde salınımın periyodu nedir?  $2\pi$  çarpı karekök  $3$  bölü  $2 M R$  kare bölü  $bMg$ .

Yine  $b$  eşit  $R$  dir.  $RMg$ .  $2\pi$  karekök,

$M$  leri daima götürüyorum,  $R$  leri götürüyorum,  $3$  bölü  $2 R$  bölü  $g$  elde ediyorum.

O halde buraya yazalım. Böylece  $2\pi$  çarpı karekök  $3$  bölü  $2 R$  bölü  $g$ .

Bu durumda bu dört cisim için periyot ifadeleri orada ve böylece şimdi anlamlı bir karşılaştırma yapabiliriz.

Periyotlarının aynı olmasını istiyoruz. Böylece bu değerlere bağlı kalabiliriz. Böylece bunlara artık ihtiyacımız yok. Periyotların aynı olmasını istiyoruz.

Zaten çubuğun periyodunun  $1$  saniye yakın olduğunu saptadık. Bundan dolayı onları yeniden ölçmeyeceğiz. Onları hep birlikte salındırarak, gerçekten aynı salınım periyotlarına sahip olup olmadıkları konusunda kıyaslama yapmak istiyoruz.

Fakat bizler tasarlamış olduğumuz bu boyutların rölatif oranlarını bilmek istiyoruz.

İlk olarak çubuğa dönelim ve daha sonra çubuk ve sarkaç arasında bir karşılaştırma yapalım.

Eğer çubuğa bakarsanız,

Ve sarkacı küçük / uzunluğunda standart olarak kullanırsak, bu durumda, eğer  $1.5 R$  küçük / ye eşit olursa, periyotların aynı olduğunu göreceksiniz.,

Ah, pardon, bu çubuk içindi. Eğer  $2$  bölü  $3$  büyük  $L$ , küçük / ye eşit ise,

O halde, çubuk için,  $2$  bölü  $3 L$ , küçük / ye eşittir, dolayısıyla büyük  $L$ ,  $3$  bölü  $2$  / dir.

Büyük  $L$ , bu sarkacın uzunluğunun tam olarak  $1.5$  katı olmalıdır. O halde bu uzunluk tam olarak bu kütle merkezine olan uzunluğun, bilardo topunun merkezine olan uzunluğun  $1.5$  katı olmalıdır. Ve bu yapabildiğimizin en iyisidir.

Şimdi halkaya dönelim.

Halka için aynı  $1$  saniyelik periyodu elde etmek için,  $2R$  uzunluğu sarkacın uzunluğu ile aynı olmalıdır. O halde  $2R$  eşit / dir. Bu durumda orada  $L$  için, bu durumda  $1.5$  / olmalıydı,  $2R$  eşit / olması gerekir.

Bu çok anlamlı değil. Buradaki bu uzunluk halka çapı ile aynıdır. Hiç de açık değil.

Ve şimdi disk için yapalım.



Şimdi 3 bölü 2 R nin, yani 1.5 R nin / olmasını istiyoruz. Yani R eşit 2 bölü 3 / olmasını istiyoruz. Yani, 2R çapının 4 bölü 3 / olmasını istiyoruz.

Ve diske baktığımızda, gerçekten 4 bölü 3 olduğunu görmemiz zordur. Fakat sarkaçtan daha uzun olduğunu görebilirsiniz. 1 bölü 3 kat daha uzun olmalıdır.

Fakat çubuk kadar uzun değildir. Çünkü çubuk sarkacın 1.5 katı uzunluğundadır. O halde şimdi bu durumu tamamlayabiliriz.

Ve şimdi burada 2R çapının / nin 4 bölü 3 katı olduğu duruma sahibiz.

Ve şimdi onlarla hareket ettirebiliriz. Onları eş zamanlı olarak salındırabiliriz ve birbirlerini ne kadar uyumlu bir şekilde takip ettiklerini görebiliriz.

Sizlere değerlerini vermenin bir anlamı yok. Çubuk 37.2 santimetre idi.

Onu buraya yazayım. Çünkü bunu hesapladık. O halde bu 37.2 santimetre idi. sanırım bu sarkaç için 24.8 santimetreye karşılık gelmektedir.

Fakat diğerleri için değerlerini hesaplamayı sizlere bırakıyorum.

Evet 25, ... 24.8 doğru.

O halde zamanı ölçmek artık çok önemli değildir.

Sadece bu ikisinin nasıl bir arada gittiklerini görelim.

Denge konumundan biraz ayırıyor ve daha sonra bırakıyoruz.

Ve oldukça iyi bir uyum içinde hareket ediyorlar.

Eğer yeterince uzun beklerseniz, elbette bir fark olduğunu göreceksiniz.

Onları tam olarak aynı yapamazsınız. Fakat birbirini oldukça güzel bir şekilde izliyorlar.

Şimdi de çubuk ve diske bakalım. Birbirlerini çok güzel bir şekilde izlemekteler.

Her ikisinin de periyodu 1 saniyeye oldukça yakın.

Ve şimdi disk ile sarkacı birlikte salındırabiliriz. Ve birbirlerini çok güzel bir şekilde takip ettiklerini görüyorsunuz. Fakat yeterince uzun beklerseniz, tabii ki, periyotlarının farklı olacağını göreceksiniz.

Böylece, bu benim fiziksel sarkaçlar üzerine son sözümdür. Fakat bu konu karşınıza final sınavında yine çıkabilir. Belki değil, çıkacağından emin olabilirsiniz, size söylüyorum.

Tamam, şimdi diğer bazı ilginç salınımlardan bahsetmek istiyorum.

Yine, basit harmonik hareket.

Orada gördüğünüz şey U şekilli bir tüp içerisindeki sıvıdır.

Her iki tarafı açık ve her yerde aynı kesitte olan bir tüpüm var ve içerisine sıvı koyuyorum ve su bu şekilde dengede ve sıvının kütlesi  $M$ .

$\rho$  yoğunluğuna sahip. Tüpün alanı  $A$  ve sıvının uzunluğu  $l$ . O halde burası  $l$ .

Sıvıyı denge konumundan biraz ayıracağım ve salınım yapmasını görmek istiyorum. Ve salınım periyodunu ölçüp ölçemeyeceğimi görmek istiyorum.

Elimdeki sıvının toplam kütlesi, alan çarpı uzunluk olan hacim çarpı  $\rho$  dur.

Onu denge konumundan ayıracağım ve böylece bu taraf  $y$  mesafesi kadar daha yükseğe kalkacaktır. O halde bu durumda bu taraf  $y$  mesafesi kadar daha aşağıda olacaktır. Bu mesafe, bu mesafe ile aynıdır.

O halde şimdi sıvı buradadır. Ve daha sonra onu serbest bırakacağım ve sıvı salınım yapmaya başlayacak.

Pekiye, salınım yapmaya başladığında, öyle bir zaman gelecek ki tüpün içerisindeki sıvı ileri geri çalkalanmaya başlayacak ve herhangi bir anda tüpün içerisindeki sıvının hızı aynı olacaktır. Çünkü tüp her yerde aynı kesit alanına sahiptir.

Her yerde aynı olacaktır.

Eğer burada belli bir  $v$  hızı varsa, bu durumda burada da, orada da, orada da hız aynıdır. Ve elbette bu hız,  $y$  noktaya eşittir. Hız, konumun birinci türevidir.

Toplam enerjinin, mekanik enerjinin korunumunu yazacağım.

Herhangi bir enerji kaybının olmadığını varsayıyorum, muhtemelen bir miktar enerji kaybı söz konusudur. Sıvı içerisindeki sürtünme muhtemelen bir miktar ısı oluşturacaktır ve bu da enerjide biraz azalmaya neden olacaktır.

Deneyi yaptığımız zaman bunu göreceksiniz. Şimdilik, böyle bir durumun olmadığını varsayıyorum.

O halde bu durumda sistemin toplam enerjisi, yani kinetik enerji artı potansiyel enerjinin toplamı nedir? Ve eğer bunun sabit olduğunu varsayarsak, birazdan göreceğiniz gibi salınımın periyodunu hesaplayabileceğiz.

Sıvının kinetik enerjisini hesaplamak kolaydır.

Bu 1 bölü 2  $M$  çarpı hızın karesidir. Ve hızın  $y$  nokta olduğu konusunda hemfikiriz, bu  $y$  nokta kare olur.

Şimdi potansiyel enerji. Buradaki potansiyel enerjiyi sıfır olarak alıyorum.  $U$  eşittir sıfır. Sıvı burada ve burada duruyor iken, potansiyel enerjiyi sıfır olarak seçiyorum.

Şimdi bu seviyenin üzerindeki kütleyi  $\Delta M$  olarak alıyorum. Ve  $\Delta M$ , alan çarpı  $y$  çarpı  $\rho$  dur. Bu, burada ne kadar kütlenin olduğudur.

Bu kütle buradan alınmış ve buraya konulmuştur.

Bu sıvıyı buradan alıp, buraya koymak için ne kadar bir iş yapmanız gerekir? Eh, bu iş, sıvıyı buradan alıp buraya koymanızla aynıdır.

Ve buradaki sıvıyı buradan alıp buraya koyduğunuz zaman, bu durumda onu  $y$  mesafesi kadar yukarı taşımış olursunuz ve böylece çekim potansiyel enerjisi  $\Delta M$ , ki bu kütle miktarıdır, çarpı  $g$  çarpı  $h$ , burada  $h$  eşit  $y$ , kadar artar.

$Mgh$ , hatırladınız mı? Bu potansiyel enerjideki artıştır.

Ve böylece,  $\Delta M$  kütle miktarını taşıyorum. Onu  $y$  mesafesi kadar hareket ettiriyorum.

Bunu aslında burada yapıyorum, fakat elbette bu hiçbir şey değiştirmez.

Ve o halde bu toplam enerji ve bu bir sabit.

Dolayısıyla bu eşitliği  $A$ ,  $I$  ve  $\rho$  cinsinden yazacağım. Ve böylece  $1$  bölü  $2$   $A / \rho$  çarpı hızın karesi artı  $A \rho g y$  kare elde ederim ve bu da bir sabite eşittir. Çünkü burada  $y$  var ve orada  $y$  var

Bunu daha önceden yapmıştık.

Bu enerjinin korunumudur ve basit harmonik hareketin periyodunu bulmak için bunun zamana göre türevini alırlar.

Bu arada, bunu yapmadan önce, bu  $\Delta M$  ve bu da  $A$  idi doğru mu? Evet.

Böylece  $A$  ları götürüyoruz,  $\rho$  ları götürüyoruz ve kalanlar ile devam ediyoruz.

Ve böylece bu denklemin zamana karşı türevini alacağız.

Bu bana  $1$  bölü  $2$  / çarpı  $2$  başa gelir ve üssü  $1$  olur ve böylece  $2 y$  nokta elde eder ve zincir kuralını uyguladım böylece  $y$  iki nokta elde ederim.

Burada artı  $g$ ,  $2$  başa gelir ve  $2y$  olur, daha sonra zincir kuralını uyguladım  $y$  nokta elde ederim ve bu sifıra eşit olur.

$Y$  noktaları götürüyorum. Çünkü her iki terimde de  $y$  nokta var.

Bu  $2$ , bu  $2 y$  i götürür.

Ve böylece,  $y$  iki nokta artı  $2g$  bölü / çarpı  $y$  eşit sıfır'ı elde ederim. Ve bu benim amacımdı. Çünkü bu açıkça basit harmonik harekettir. Çünkü bu sabittir.

Ve aşağıdaki şekilde salınım yapacaktır:  $y$  eşit  $y_{\text{mak}}$  çarpı  $\cos(\omega t + \phi)$  şeklindedir. Bu, periyotla doğrudan ilişkili olan açısal frekanstır.

$\omega$  açısal frekansı  $2g$  bölü  $l$  nin kareköküne eşittir. Ve böylece periyot  $2\pi$  çarpı karekök  $l$  bölü  $2g$  olacaktır.

O halde bu salınım yapan bir sıvının periyodudur.

Bunun, sarkacın uzunluğu  $l$  bölü  $2$  olduğu zamanki periyoda eşit olduğuna dikkat edin. Hiç de açık değil, hiç de sezgisel değil.

Burada düzeneğimizi görüyorsunuz.

$l$  nin ne olduğunu bilmek istiyorum ve bu çok kolay değildir.

Buradaki yarıçaptan dolayı, eğer  $l$  yi dışarıdan ölçecek olursam, bu değer içeriden ölçeceğim değere göre oldukça büyüktür.

Büyük bir fark olmadığını düşünebilirsiniz, ama oldukça büyüktür.

Dışarıdan ve içeriden ölçülmesi arasında 9 santimetrelilik bir fark söz konusu olur.

Eğer ikisi arasındaki ortalama değeri alırsam, 72 santimetre bulurum ve 1 cm hatta yapabilirim.

Eğer bu değeri  $l$  için kullanır ve bu eşitlikte yerine yazarsam, bu durumda benim beklenen periyodu 1.204 saniye olarak bulurum. Bu 1 santimetrelilik hatadan dolayı, bu bana 0.01saniye belirsizlik verecektir.

Ancak, periyodu ölçmeye başlamadan ve makul bir değer elde etmek için 10 salınım yaptırmadan önce, sizi uyarmak istiyorum. Ölçeğimiz periyot değerinin muhtemelen bundan daha büyük olacağı tahmininde bulunuyorum. Bunun iki sebebi olduğunu düşünüyorum:

İlk olarak bu sıvının sönümü büyük olacaktır. Ne kadar hızlı söndüğünü göreceksiniz.

Geçmişte, sönümü hiç hesaba katmadık. Ve 8.01 dersinde de bunu yapmayacağız.

Fakat sönüm, periyodu uzatan bir etkiye sahiptir. Her zaman bunu görmezden geldik ve yapmış olduğumuz deneylerin çoğunda bu kabul edilebilir.

Fakat sıvı için bu kabul edilemez.

Ama şimdi sizlerin üzerinde düşünmesini istediğim ikinci bir nokta var.

Ortalama değeri kullanmam, yani dış ve iç uzunluğun ortalamasını kullanmam doğru mudur? Sanmıyorum.

Bunun neden doğru olmadığı konusunda düşünmenizi istiyorum.

$l$  nin benim diferansiyel denklemimin içinde nereye girdiğine dikkat edin. Muhtemelen doğru cevaba ulaşacaksınız. Ve alınması gereken asıl  $l$  değerinin biraz daha büyük olduğunu iddia ediyorum. Ne kadar büyük olacağını bilmiyorum, fakat biraz büyük

olmalıdır. Ve böylece bu ölçülecek periyot değerini beklenenden daha büyük yapacak.

Bu yüzden istediğimiz değeri elde edeceğimizden çok da umutlu değilim. Fakat bu da iyidir. Çünkü sizler bunun neden böyle olduğunu, dikkate alınması gereken diğer faktörler olduğunu bilirsiniz.

Bunu açıyorum. Şimdi açık mı? Sıfırlandı mı? Sınıfı tamamen karanlık yapacağım. Çünkü bu durumda sıvıyı görebilirsiniz. Aksi taktirde göremezsiniz.

O halde şimdi sıvıyı görüyorsunuz. Oh, eşitlikleri de görüyorsunuz. Tamam, sıfırlandı.

O halde şimdi bunu salındırmaya çalışayım, çok büyük bir salınım yaptırayım.

Çok hızlı bir şekilde sönüm hareketi yapıyor. Bundan dolayı çok büyük bir salınım yaptırmak istiyorum.

Bu güzel. Şimdi, Bir, iki, üç . Dört, beş, altı. Yedi, sekiz, dokuz. On! Aaa, Fena değil.

12.18. Fena değil. Işık açalım. 12.18.

Ölçülen 10 T periyodu 12.18 saniye değil mi? Tamam, benim reaksiyon zamanı 0.1saniye. O halde ölçülen T değeri 1.22 saniyedir.

Ve şimdi buna artı eksi 0.01 saniye yazalım. Oh, çok kötü değil.

Aslında birbiri ile örtüşmektedirler.

Eğer bu 1 değerini buraya eklerseniz, 1.21 elde edersiniz ve bu 1 değerini ise buradan çıkarırsanız yine 1.21 elde edersiniz. O halde fena değil.

Biraz daha yüksek olacağını beklerdim fakat mutlu olmak için yeterince yakındırlar.

Neden / nin biraz daha büyük alınması gerektiği hakkında biraz düşünün.

Şimdi çok ilginç olan bir salınımımız daha var.

Burulma sarkacı.

Burada 2.5 metre uzunluğunda bir çelik tel var, alt ucunda bir şeyler asılı ve onu denge konumundan biraz ayıracağız ve bu durumda sarkaç ileri geri doğru salınım hareketi yapacak.

Bu burulma sarkacı olarak adlandırılır.

Ve burulma sarkacının salınım periyodunu hesaplayacağız. Ve harika özelliklere sahiptir.

Bir çeşit yay gibi, tek boyutlu bir yay gibi.

Bir boyutlu bir yay durumunda periyodun, salınımın genliğinden bağımsız olduğunu hatırlıyor musunuz? Elbette ki makul ölçülerde .

Eğer genliği çok büyük yaparsanız, bu durumda yayda kalıcı deformasyon elde edersiniz.

Fakat yaylarda, asla küçük açı yaklaşımını kullanmak zorunda kalmazsınız; oysa sarkaçlarda kullanmak zorundayız.

Bu burulma sarkacıdır. Ve burada bir çubuk ve burada bir ağırlık ve burada da bir ağırlık var. Bundan sizlere birazdan detaylıca bahsedeceğim.

Burada tavandan asılmış. Belli bir  $l$  uzunluğa sahip. Ve burası P noktası.

Ve onu bükeceğiz ve daha sonra onu salınım yapması için bırakacağız.

Bu çubuk yatay bir düzlemde.

Yukarıdan bakınca, çubuğu böyle göreceksiniz. Ve P noktasını da burada göreceksiniz. Ve daha sonra onu denge konumundan  $\theta$  açısı kadar ayıracağız ve bu durumda ileri geri doğru salınacaktır.

Bu durumda P noktasına göre tork, yaydaki duruma oldukça benzerdir.

Burada bir eksi işareti var; ve bu işaret yine kuvvetin geri çağırıcı olduğunu göstermektedir.

$k$  yerine, şimdi burulma yay sabiti olarak adlandırdığımız  $\kappa$  (kappa) var, ve şimdi  $\theta$  olarak adlandırdığımız açı var.

O halde açı ile orantılı olarak bir tork oluşturursunuz. Oysaki yaylarda biz doğrusal yer değiştirme ile bir kuvvet oluşturuyorduk.

Şimdi açı ile doğrusal orantılı bir şekilde tork oluşturuyorsunuz.

Ve bu P noktasından geçen eksen etrafındaki eylemsizlik momenti çarpı  $\alpha$  dır ve  $\alpha$ ,  $\theta$  iki noktadır. Böylece  $\theta$  iki nokta artı  $\kappa$  çarpı  $\theta$  bölü  $I_P$  eşit sıfır elde ederiz.

Bu arada,  $\kappa$ , burulma sabitidir.

Bu durumda bir diferansiyel denklemimiz söz konusudur. Basit harmonik hareket elde edeceğimiz oldukça açıktır. Bu sabittir ve böylece  $\theta$  eşit  $\theta_{\max}$  çarpı  $\cos(\omega t + \phi)$  elde edersiniz; bu sıkıcı olmaya başlıyor.

Bu açısal frekanstır. Ve açısal frekans, karekök  $\kappa$  bölü P noktasından geçen eksen etrafındaki eylemsizlik momentidir.

Ve bundan dolayı periyot,  $2\pi$  çarpı karekök eylemsizlik momenti bölü  $\kappa$  ya eşittir.

$\kappa$  ya ne dersiniz?  $\kappa$ , A tesir kesitinin ve  $l$  uzunluğunun bir fonksiyonudur.

Ve aynı zamanda sahip olduğunuz malzemenin de bir fonksiyonudur.

Çelik veya naylon malzemeye sahip olmanız,  $\kappa$  da büyük fark yaratır.

Tabii ki, bu çok sezgiseldir. Önceki derste, bir teli kopma noktasına kadar gerdiğimizi hatırlayın. Young modülünü elde etmiştik.

Bir telimiz ve telin ucunda asılı olan bir kütle vardı. Ve dikey salınımı tartışmıştık.

Onu gerdik ve salınım yapması için bırakmıştık. Ve bu durumda, aynen yayda olduğu gibi, bir salınım elde ettik. Ve bu durumda bulmuş olduğumuz yay sabiti Young modülü çarpı kesit alanı bölü uzunluk şeklinde idi. Ve bu hoş bir şeydi. Çubuk ne kadar kalın ise o kadar sert ve ne kadar uzun ise o kadar az sert.

Burada da benzer bir durum söz konusudur. Fakat  $\kappa$  yı nasıl türeteceğinizin detayına tam olarak girmek istemiyorum. Biraz karışık. Fakat, aslında aynı durum geçerlidir.

Eğer teli kalın yaparsanız, bu durumda  $\kappa$  nın değeri büyük olacaktır. Eğer teli uzun yaparsanız, bu durumda  $\kappa$  nın değeri küçülecektir. Bu hemen anlaşılır.

Eğer kısa bir çubuğunuz var ve onu bükmeye çalışırsanız,

Çubuk yukarıdan kenetlenmiştir ve onu büküyorsunuz, çubuk oldukça kısadır ve ona 10 derecelik bir açı vermeniz için oldukça büyük bir torka ihtiyacınız vardır.

Eğer 100 metre uzunluğunda bir tel yaparsanız ve onu 10 derece bükmek isterseniz, bunu yapmak çok kolaydır.

Ve derhal burulma sabiti  $\kappa$  nın uzunluğunun bir fonksiyonu olduğunu hemen görürsünüz. Uzunluk arttığında azalacaktır.

Burada 2.5 metre uzunluğunda bir telimiz var ve telin kalınlığı yani çapı, bu bir piyano telidir, üreticiye göre 25/1000 inçtir.

Ve eğer elimden geldiğince  $\kappa$  yı hesaplamaya çalışırsam, bu durumda  $\kappa$  yı 4 çarpı 10 üzeri -4 Newton metre bölü radyan olarak bulmam gerekir.

Ve şimdi yapmamız gereken tek şey, sistemin eylemsizlik momentini hesaplamaktır. Ve bu durumda sarkacın periyodunun ne olacağını tahmin edebiliriz. Ki bu benim amacım değil. Benim amacımın farklı bir şey olacağını göreceksiniz.

Çubuğa ve tele bakın.

Tel o kadar incedir ki, bu nedenle P noktasından geçen eksen boyunca eylemsizlik momenti sıfıra oldukça yakındır. Onun karesi ile orantılı olduğunu hatırlayın. Fakat bunu ihmal edebilirsiniz. Eylemsizlik momentinin neredeyse hepsi bu sistemdedir.

Sizler için bu sistemi büyüteceğim. İşte orada görüyorsunuz ve her iki tarafta da 200 gramlık kütleler vardır.

200 gram

Burada 0.2 kilogram ve burada da 0.2 kilogram var. Ve bu kütle yok denecek kadar az.

Ve bu mesafe 30 santimetre ve bu mesafede 30 santimetredir.

O halde çok iyi bir yaklaşımla P noktasından geçen eksen boyunca dönme eylemsizlik momenti bu kütle çarpı yarıçapın karesi artı bu kütle çarpı yarıçapın karesi olacaktır.

Böylece bu iki kat olacaktır. Çünkü iki kütle var. Bu durumda 2 çarpı kütle çarpı yarıçapın karesi ve bu yaklaşık olarak 0.036 kilogram metre karedir.

Ve bunu denklemde kullandığım zaman,  $\kappa$  nın ne olduğunu bulurum. En azından  $\kappa$  nın ne olacağı konusunda makul bir fikrim olur.

Ve  $I_P$  nin ne olduğunu biliyorum. Ki bu gerçekten çubuğun kesiti tarafından belirlenir.

Bu durumda bu eşitliği kullanarak periyodun yaklaşık 60 saniye olduğunu bulacağım.

Amacım sizlere bunun 60 saniyeye yakın olduğunu kanıtlamak değildir.

Benim amacım oldukça ince ve uzun olan bu boyut için,  $\theta_{\max}$  değerini oldukça büyük yapabileceğimizi sizlere göstermektir.

10 veya 30 dereceden bahsetmiyorsunuz. Daha büyük yapabiliriz.

Ve sizlerle yapmak istediğim ne kadar büyük açığa gidebileceğimizi test etmektir.

Bu sizin için ve benim için hayatımızdaki önemli bir meydan okuma olacaktır.

Onu zarar vermeden ne kadar döndürebilirsiniz? Öyle bir zaman gelir ki, eğer açığı çok büyük yaparsanız ona kalıcı bir deformasyon verirsiniz. Artık tekrar orijinal konumuna gelmeyecektir. Aynı şey yaylarda da olur.

Eğer bir yay alırsanız, bu yayın salınım periyodunun onun genliğinden bağımsız olduğu doğrudur, fakat bu bir noktaya kadar geçerlidir. Eğer daha fazla uzatırsanız, artık Hooke Kanunu geçerli olmayacaktır. Böylece onu kalıcı olarak deforme edersiniz.

Ve bu durumda periyot elbette uzamanın bir fonksiyonu olacaktır ve aynı şey burada da doğrudur. Eğer onu çok fazla büksek, bu durumda kesinlikle onu deforme ederiz. Ve bu durumda periyot  $\theta_{\max}$  dan bağımsız olmayacaktır.

Bunları söyledikten sonra, sizin tavsiyelerinizi almaya başlamak istiyorum.

Bu yönde ne kadar bir açı ile başlamamız gerekir? Tele gerçek bir işkence yapmadan ne kadar açının makul olduğunu düşünüyorsunuz? Ve daha sonra zamanları yazacağım.



Gerçekten 60 saniyeyi test etmek ile ilgilenmiyoruz. Bundan çok elde edeceğimiz çeşitli açıları kıyaslamak istiyoruz.

İlk olarak deneyeceğimiz açı? Bir fikri olan var mı?

30 derece mi? Ne?

ÖĞRENCİ:  $6\pi$

İlk denemede mi? Sen acımasısın. İlk denemede  $6\pi$  yi denemek istiyorsun? Aklını kaçırmış olmalısın.

Bir tur döndürmek istiyorum. Tamam mı? Bunun bir şey olmadığını düşünüyorsunuz değil mi?.

Sizin için çok kolay değil mi? Tamam,  $\theta_{\max}$  u 360 derece, yani  $2\pi$  yapmak ve periyodu ölçmek istiyorum. Aslında, 1 dakika alacak olan periyodu ölçmek çok gerekli değildir.

Periyodun yarısını ölçebiliriz. Yani anlayacağınız, sarkaç durana kadar bekleyeceğiz. Ve sarkaç durana kadar olan zamanı ölçeceğiz. Bu periyodun yarısıdır.

Aynen yaylarda olduğu gibi. Eğer burada durur ve orada durur ise, bu periyodun yarısıdır. Böylece periyodun yarısını ölçeceğiz.

Şimdi, benim reaksiyon zamanımın ne olacağını bilmiyorum, bu bir saniyenin onda biri olabilir. Çünkü durma anı çok iyi bir şekilde tanımlanmış değildir. Bunu göreceksiniz. Ben sadece tahmin yapıyorum.

Muhtemelen saniyenin onda birinden biraz daha büyüktür.

O halde haydi deneyelim. İlk olarak 360 dereceden deneyelim.

Buranın siyah ve buranın da biraz kırmızı olduğunu görüyorsunuz. O halde bunu bir tur döndürecek.

Bu olduğu noktaya tekrar geri geldi.

Evet, bunu gördünüz mü? 360 derece.

Tamam, şimdi ilk olarak serbest bırakacağım ve durana kadar bekleyeceğim.

Her zaman bunu yaparım ve bundan sonra zamanı çalıştırırım.

Ve bu durumda tekrar durduğu zaman, zamanı durdururum. Ve bu durumda periyodun yarısını elde ederiz.

İlk olarak kendi içinden geldiği gibi yapsın. Oldukça yavaş, çok nazikçe.

Yarım periyot için yaklaşık 30 saniye alacaktır. Şimdi onun dengede olduğunu göreceksiniz. Çünkü, onu bir tur döndürünce denge konumuna gelecektir.

Ve şimdi birazdan duracaktır. Ve durduğu anda, zamanı başlatmak istiyorum.

Şimdi! Tamam, şimdi tekrar hareket ediyor ve durana kadar bekleyeceğiz.

Bu bize periyodun yarısını verecektir. Tamam. Şimdi, 28.75 28.8

Şimdi ne yapacağız? Üç tur? Beş tur? Üç.

Hepimiz 3 ün lehinde miyiz? Kim telde kalıcı hasardan sorumlu olmak ister?  
Hayatınızda sorumluluğu kabul eder misiniz? 3 oldukça fazla.

Üç,  $6\pi$  eder. Onu başlatabilirim. Çünkü, durması oldukça bir zaman alacaktır.

3 tur. Öncelikle aşağı yukarı dengede olup olmadığından emin olmak zorundayız. Bu oldukça zordur. Çünkü çok yavaş hareket eder.

Evet, dengeye yeterince yakın. Tamam, üç tur.

Saat yönünde mi yoksa tersine mi döndüreyim? Hiç fark etmemesi gerekir.

Birincide bu yönde döndürdüm. Şimdi tersine mi döndüreyim? Evet mi? Tamam mı?  
Tamam. Bir, iki, üç.  $6\pi$ . Piyano teli. Tamam, işte gidiyor.

Durduğu anda zamanı başlatacağım. Biraz zamanımız var.

$6\pi$ . Eğer onu 3 tur döndürürseniz, bu durumda durmadan önce 6 kez dönecektir.

Umarım bunu fark edersiniz.

Biraz geç mi kaldım? Buna dikkat ettiğiniz için teşekkür ederim.

O halde eğer 3 tur döndürür ve salınım yapması için bırakırsanız. Durmadan önce ilk olarak 3 defa geri gidecektir ve daha sonra 3 defa da ileriye gidecektir.

Şimdi çok daha hızlı döndüğüne dikkat edin.

Fakat bir bütün olarak zaman,oradaki değere çok yakın olmalıdır. 28.5.

Oh! Fena değil.

Son haddine varana kadar devam edelim mi? Şimdi ne yapmak istiyorsunuz? Teli koparmak, ya da 10 tur?

Bunu görmeyi çok istiyorsunuz değil mi? Delice dönecektir. 10 tur.

Bu kadar hızlı dönmesi şaşırtıcı değil mi? Hala 30 saniye olacaktır.

Dengede olduğundan emin olmalıyım. Dengede değil.

Buralarda bir yerde dengede olduğunu biliyorum. Hayır, dengede değil.

Sanırım şimdi dengededir. Tamam –

10 tur değil mi? Hazır mısınız? Bir, iki, üç, dört, Beş, altı, yedi, Sekiz, dokuz. On.

Zavallı tel.

Onu serbest bırakarak salındıracağız ve ne olacağını göreceğiz.

Durduğu anda zamanı başlayacağım. Efendim? Teşekkür ederim.

Buna dikkat çektiğiniz için teşekkür ederim.

Görüyorsunuz ne kadar hızlı dönüyor. Gerçekten tepesi atmış.

Tüm hareketini 30 saniyede tamamlaması gerekir. Şimdi.

Şimdi durma noktasına dönüyor.

Şimdi durması için 20 dönme, 20 dönmeyi 30 saniyede yapması gerekiyor.

10 dönmeyi denge konumuna gelmesi için ve 10 dönmeyi de durması için

Bu sizin için Şükran günü güle güle gösterisi olacaktır.

Şimdi, 29.2

Harika

Tamam, iyi bir şükran günü geçirmeniz dileklerimle.