



MIT Açık Ders malzemeleri

<http://ocw.mit.edu>

8.01 Fizik I: Klasik Mekanik, Güz 1999

Bu materyallerden alıntı yapmak veya kullanım şartları hakkında bilgi almak için

<http://ocw.mit.edu/terms> ve <http://www.acikders.org.tr> sitesini ziyaret ediniz.

MIT Açık Ders malzemeleri

<http://ocw.mit.edu>

8.01 Fizik I: Klasik Mekanik, Güz 1999

Transkript – Ders 3

Bugünkü kötü haber, oldukça fazla matematiğin olması.

Fakat iyi haber, bunu sadece bir kez yapacağız ve yaklaşık yarım saat kadar zaman alacaktır.

Fizikte sadece sayısal olarak gösterilen büyüklükler söz konusudur.

Kütle bunlardan biri.

Sıcaklık bunlardan biri.

Sürat bunlardan biridir.

Bunları *skaler* olarak adlandırırız.

Fakat, bir nicelikten daha fazlasını bilmeniz gereken büyüklükler de vardır. Bir boyutlu harekette, örneğin, hızın belli bir büyüklüğü var.

Yani sürati var.

Fakat ayrıca bu yönde mi yoksa şu yönde mi gittiğini de bilmek zorundasınız.

Yani bir yönü olmalı.

Hız bir vektör, ivme de bir vektör ve bugün, bu vektörlerle nasıl çalışacağımızı öğreneceğiz.

Bir vektör, bir uzunluğa ve bir yöne sahiptir ve aslına bakarsanız, onu bir ok ile temsil etmemizin nedeni budur.

Hepimizin gördüğü gibi, bu bir vektördür.

Bunu hatırlayın

Bu bir vektördür.

Eğer vektöre ön tarafından bakarsanız, bir nokta görürsünüz.

Eğer vektöre arka tarafından bakarsanız, bir çarpı işareti görürsünüz.

Bu bir vektördür ve bu vektörlerin gösterimi olacaktır.

Ders salonunda, bir masanın üzerinde ayakta durduğumu farz edin.

Bu üzerinde durduğum masayı göstereyim ve diyelim ki O noktasında duruyorum. Ve O noktasından P noktasına doğrusal bir çizgi boyunca hareket ediyorum. Böyle hareket ediyorum.

Bu nedenle, masanın üzerindeyim ve salondan baktığınızda işte beni burada göreceksiniz.

Aynı zamanda birinin masayı buradan oraya belli zaman aralığında taşıdığını varsayın.

Bu, masanın aşağıya doğru hareket edeceği manasına gelir ve böylece P noktası da aynı miktarda aşağı taşınacaktır. Ve şimdi beni S noktasında göreceksiniz.

Masanın üzerinde hala aynı yerde duruyor olmama rağmen, siz beni bu ders salonundan S noktasında göreceksiniz.

Masa yer değiştirdi.

Masanın yeni konumu burası.

Görüyorsunuz, masa tümüyle kaydı.

Şimdi, eğer bu iki hareket aynı anda gerçekleşirse, bu durumda oturduğunuz yerden ne göreceksiniz?

Bu ders salonunda, O noktasından S noktasına doğrusal bir hareket yaptığımı göreceksiniz, ve bu temelde vektörlerin toplamını içermektedir.

Burada gördüğünüz gibi OS vektörü, üzerine vektör işareti koyuyoruz, OP vektörü ile üzerine vektör işareti koyuyoruz, PS nin toplamıdır.

Bu vektörleri nasıl topladığımızı tanımlar.

Vektörleri toplamının çeşitli yolları var.

Gördüğünüz gibi burada A vektörü, ve burada da B vektörünün olduğunu farz edelim.

Bunları "baş-kuyruk" tekniği dediğimiz teknikte, bu şekilde toplayabilirsiniz.

B yi alıyorum ve A nın ucuna getiriyorum

Bu B vektörü, bu da vektör olmalı ve net sonuç A artı B dir.

Bu C vektörü, A artı B ye eşittir

Bu toplamın sadece bir yolu.

B nin kuyruğunu A nın ucuna ya da A nın kuyruğunu B nin ucuna getirmeniz hiç önemli değil.

Aynı sonucu elde edersiniz.

Bunu yapmanın başka bir yöntemi de var ve bunu "paralelkenar yöntemi" olarak adlandırıyorum.

Gördüğünüz gibi burada A vektörü var.

İki kuyruğunu bir araya getiriyorsunuz, B de burada, kuyruklar birbirine dokunuyor ve şimdi paralelkenarı tamamlıyorsunuz.

Ve buradaki toplam C vektörü burada yaptığımız ile aynıdır. Hangi yolu tercih ederseniz edin aynıdır.

Hemen A artı B eşit B artı A olduğunu görebilirsiniz

Herhangi bir fark yok.

Negatif vektörün anlamı nedir?

A vektörü eksi A vektörü eşit sıfırdır.

A vektörünü görüyorsunuz.

Hangi vektörü A vektörüne eklersem sonuçta sıfır elde ederim?

Eksi A vektörünü eklemek zorundayım.

Eğer baş-kuyruk tekniğini kullanırsanız.

Bu A vektörü

Sonucu sıfır olarak elde etmek için, ona eksi A olan bu vektörü ile eklemek zorundasınız.

Eksi A vektörü, A vektörü ile büyüklükçe aynı, fakat 180 derece çevrilmiş halidir.

Bunu çok sık kullanacağız.

Bu bizi vektörlerin çıkarılması noktasına getiriyor.

Vektörleri nasıl çıkarırız? Böylece $A-B$ eşit C dir.

A vektörümüz burada,

Bunu şuraya yazayım.

Ve B vektörüm de burada

Buradaki ifadeyi elde etmenin yolu şudur:

Bunu $A + (-B)$ olarak yazabilirsiniz; vektörleri nasıl topladığımızı ve eksi B vektörünün ne olduğunu biliyoruz.

Eksi B vektörü yön değiştirmesinin haricinde aynıdır. Eksi B vektörünü buraya çiziyorum. Ve bu vektör $A-B$ ye eşittir.

İşte C vektörü, A eksi B dir.

Ve tabii, bunu farklı şekillerde yapabilirsiniz.

Aynı zamanda C artı B nin, A olduğunu da düşünebilirsiniz.

Doğru mu? Bu vektörü diğer tarafa getirebileceğinizi söyleyebiliriz.

C artı B, eşit A şeklinde söyleyebiliriz

Başka bir deyişle, B ye hangi vektörü eklemem gerekir ki A vektörünü elde edeyim? Ve sonra paralelkenar tekniğini kullanabilirsiniz.

Bunu yapabilecek birçok yol var.

Belki de baş-kuyruk tekniği en kolay ve güvenli olanıdır.

Birini diğerine ve sonra diğerini ötekine ekleyeme devam ederek çok sayıda vektörü toplayabilirsiniz. Ve sonuç vektör beş veya altı veya yedi vektörün toplamı olur ve sadece bir vektör ile gösterilebilir.

Skalerleri topladığınız zaman, örneğin, beş ile dördü, sadece bir cevabınız olacaktır ve dokuzdur.

$5+4$ eşit 9

İki vektörünüz olduğunu varsayalım.

Onların yönlerinin ne olduğunu bilmiyorsunuz, fakat birinci vektörün büyüklüğünün dört, diğerinin büyüklüğünün ise beş olduğunu biliyorsunuz.

Sadece bildiğiniz bu.

Eğer ikisi de aynı yönde ise, bu durumda toplam vektörün büyüklüğü dokuz olabilir.

Bu maksimum değer.

Ya da eğer ters yönde iseler, bir olabilir.

Bu durumda, yönleri bilmediğinizden, bütün olasılıklara sahip olabilirsiniz.

Böylece, vektörlerin toplanması ve çıkarılması, skalerlerin toplamına ve çıkarılmasına kıyasla, daha karmaşıktır.

Görüldüğü gibi, vektörlerin toplamı, bir vektör ile temsil edilebilir, buna eşdeğer olarak, bir vektörü alıp, bunu diğer birçok vektörün toplamı şeklinde yazabilir miyiz?

Ve buna bir vektörün "bileşenlerine ayrılması" diyoruz.

Ve bu, 8.01 dersinde oldukça önemli olacaktır. Ve bu nedenle iyice dikkatli takip etmenizi istiyorum.

Üç boyutlu uzayda bir vektörüm olsun.

Bu z eksenim.

Bu x eksenim, y eksenim ve z eksenim.

Burası O başlangıcı ve burası da P noktası. Ve bu OP vektörüm.

Bu vektördür.

Şimdi yapacağım şey, bu vektörün x, y ve z eksenlerine izdüşümlerini almak.

Ve başlıyorum.

Bunu yaparken, herkesin kendi yöntemi vardır.

İşte.

Bu vektörü, A vektörü olarak adlandırıyorum.

Bu açı θ , ve bu açı ise ϕ olsun.

A vektörünün y eksenine izdüşümü, bir değer olacaktır ve bunu A_y olarak adlandırdığıma dikkat ediniz.

Bu değer A_x ve buradaki bu değer A_z

Bu basit olarak, vektörün üç eksen üzerine olan izdüşümleridir.

Şimdi birim vektörler ile ne demek istediğimizi anlatacağım. Birim vektörler, daima eksenin pozitif yönünü gösterirler. x doğrultusunun birim vektörü işte budur. Büyüklüğü bir ve üzerine daima şapka yazarız.

Şapka, daima birim vektör anlamına gelir.

Bu y doğrultusundaki birim vektör, ve bu da z doğrultusundaki birim vektör.

Şimdi A vektörünü buradaki üç bileşen cinsinden yeniden yazacağım.

Ve A vektörünü, A_x çarpı $\hat{x}$ artı A_y çarpı $\hat{y}$ artı A_z çarpı $\hat{z}$ şeklinde yazacağım ve $A_y \hat{y}$, başlangıçtan bu noktaya uzanan bir vektördür.

İsterseniz, bunu bir vektör olarak yazabilirsiniz.

Bu $A_x \hat{x}$ vektörü, bu $A_y \hat{y}$ vektörü, ve bu ise $A_z \hat{z}$ vektörüdür.

Ve böylece birbiri ile toplanan ve yeşil ile gösterilen bu üç vektör OP vektörüne özdeşdir. Böylece bir vektörü üç doğrultuda bileşenlerine ayırmış olduk.

Bu çok önemli kullanımı, 8.01 dersinde çok sık kullanacağız.

Gördüğünüz gibi bir vektörün büyüklüğü, A_x in karesi, A_y nin karesi ve A_z in karesinin toplamalarının karekökü şeklindedir.

Şimdi basit bir örnek yapabiliriz.

Örneğin, bir E vektörü alıyorum.

Ve bu E vektörünü, $\vec{E} = 3\hat{x} - 5\hat{y} + 6\hat{z}$ şeklinde alıyorum. Burada A_x 3' e eşit; **yani** bu vektör 3 birim bu yönde; eksi 5 birim bu y yönünde, ve 6 birim z yönündedir.

Bu bir vektör oluşturur, ve bunu A vektörü olarak adlandırıyorum.

Bu vektörün büyüklüğü nedir? Bunu daima düşey iki çizgi arasına yazıyorum.

Eğer her iki tarafa düşey bir çizgi koyuyorsam, ya da bazen vektör işaretini yazmazsam, bu daima bir vektörün büyüklüğünü ifade eder. Fakat daima güvende olmak istiyorsanız, ben bunu tercih ederim. Bunu yaptığınız zaman büyüklüğün daima skaler çıkacağını biliyorsunuz.

Böylece 3 ün karesi 9, 5 in karesi 25, ve 6 nın karesi 36 nın karekökleri, karekök 70 eder.

Ve sizlere θ 'nın ne olduğunu sorduğumu düşünün? Bu, elbette bağımsız bir şekilde belirlenebilir.

Eğer bu vektörü, üç boyutlu uzayda bağımsız bir şekilde belirlemek istiyorsanız, ϕ ve θ' yı bulmanız gerekir.

$\cos\theta$ yı bilmeniz gerekir.

Buradaki açı, 90 derece

Böylece, $\cos\theta$, A_z bölü A nın kendisidir.

Böylece, $\cos\theta$, A_z nin A nın kendine bölümüne eşittir ve bu durumda, 6 bölü karekök 70 dir.

Ve sizler bunu yapabilirsiniz.

Sadece bazı sayılar ile işlem yapmayı gerektirir. .

Şimdi vektörlerin çok daha zor kısmına, yani vektörlerin çarpılması konusuna geçiyoruz.

İlerideki bir tarihe kadar buna ihtiyacımız olmayacak, fakat şimdi bunu öğrenmenin daha iyi olacağına karar verdim.

Mademki vektörleri öğrendik ve çıkarma ve toplama yapabiliyorsunuz, vektörlerin çarpmasını da yapabilirsiniz.

Bu sadece bir diş hekimine gitmek gibidir.

Bu biraz sancılıdır. Fakat sancı geride kaldığı zaman senin için iyi olur. Ve sancı ortadan yok olur.

Bu yüzden, dersin sonlarına kadar kullanmayacağımız halde, vektörlerin çarpılmasından şimdi bahsedeceğiz.

Vektörleri çarpmanın iki yolu var.

Birincisi, genellikle skaler çarpım olarak adlandırılan, nokta çarpım.

A nokta çarpım B, buradaki nokta biraz büyüktür ve skaler olarak gördüğünüz gibi, A_x çarpı B_x şeklinde bir sayının, A_y defa B_y şeklinde diğer bir sayının ve A_z defa B_z şeklinde bir sayının toplamına eşittir.

Bu bir skalerdir.

Yani herhangi bir yönü yoktur.

Bu nokta çarpıdır.

Bu birinci yoldur.

Bu tamamıyla geçerli ve mantıklıdır ve bunu her zaman kullanabilirsiniz.

Sizlere verilenlere bağlı olarak, nokta çarpımı bulmanın başka bir yolu daha vardır.

Soru sizlere nasıl verilmiştir.

Eğer biri size gördüğünüz A vektörünü vermişse ve sizin de B vektörünüz varsa, bunların arasındaki θ açısını biliyorsanız,

Ve bunun orada gördüğünüz θ açısı ile bir ilgisi yoktur.

Bu ikisi arasındaki açıdır.

Bu durumda nokta-çarpım aşağıdaki gibidir ve bunu ispatlamak için teşebbüste bulunabilirsiniz.

B vektörünün A vektörü üzerine izdüşümünü alırsınız.

İzdüşümü budur.

Ve bu vektörün uzunluğu, $B \cos\theta$ dır.

Ve nokta-çarpım, A vektörünün büyüklüğü çarpı B vektörünün büyüklüğü çarpı $\cos\theta$ şeklindedir.

Gördüğünüz gibi bu ikisi tamamen aynıdır.

Şimdi bana θ nın ne olduğunu nasıl bildiğimi, bu açıyı mı yoksa şu açıyı mı alacağımı sorabilirsiniz? A skaler çarpım B yi yaparken açının ne olduğunu kastediyorum. Hiç fark etmez, çünkü buradaki bu açının kosinüsü, 360 dereceden θ açısının çıkması ile elde edilecek açının kosinüsü ile aynıdır. Hiç fark etmez.

Problemin sorulmasına bağlı olarak, bazen buradaki, bazen de diğeri daha hızlıdır.

Buraya bakarak nokta çarpımın sıfırdan büyük, sıfıra eşit ve sıfırdan küçük olabildiğini hemen görebilirsiniz. Görüldüğü gibi, A ve B nin değerleri tanımlarından dolayı daima pozitifdir.

Onlar büyüklüklerdir.

İşaret, her zaman θ nın kosinüsü tarafından belirlenir.

Eğer $\cos\theta$ sıfırdan büyükse, bu durumda skaler çarpım sıfırdan büyüktür.

Eğer, θ açısı $\pi/2$ ise,

başka bir deyişle, eğer iki vektör birbirine dik ise,

bu durumda nokta çarpım sıfırdır. Eğer θ açısı, 90 derece ile 180 derece arasında ise, $\cos\theta$ negatiftir.

Bunu iş konusunda göreceğiz. Şaka yapmıyorum, fizikte iş konusu ile ilgilendiğimiz zaman buna değineceğiz.

Bununla hem pozitif iş yapabileceğimizi, hem de negatif iş yapabileceğimizi göreceksiniz. Ve bu nokta çarpım ile yakından ilişkilidir.

İş ve enerji nokta çarpımlardır.

Sizinle son derece basit bir örnek yapabiliriz.

Düşünebileceğimim en basiti.

Belki neredeyse aşağılayıcıdır ama o anlamda söylemiyorum.

A nokta çarpım B ye sahip olduğumuzu ve A vektörünün, tahtada gördüğünüz vektörün kendisi olduğunu kabul edelim.

Tam burada, Bu A vektörü.

Fakat B sadece 2 çarpı y şapka olsun.

Hepsi bu.

Peki, A nokta çarpım B nedir? B nin hiçbir x bileşeni olmadığından, bunu sıfır yapar, Bu terim sıfır olur.

B nin sadece y bileşeni vardır. -5 çarpı 2, -10 edecektir. Çünkü, z bileşeni de yoktur.

Bu kadar basit, Yani nokta çarpım -10 dur.

İkinci örnek olarak, size başka bir örnek vereyim.

A nın kendisinin y yönündeki birim vektör olduğunu ve B nin de z yönündeki birim vektör olduğunu varsayalım.

Bu durumda, A nokta çarpım B nedir? Bunu yüksek sesli ve net olarak duymak istiyorum.

Evet! Sıfır.

Bu sıfırdır.

Hatta, bu durumda hiçbir şey düşünmek zorunda değilsiniz.

Bu iki vektörün birbirlerine göre 90 derece olduğunu biliyorsunuz.

Eğer vaktinizi boşuna harcamak ve burada yerine koymak istiyorsanız, sonucun sıfır çıkacağını göreceksiniz.

Çıkması gerekir, çünkü açıkça A_y -- bu demektir ve bu da birdir.

Anlamı budur.

Ve B, z şapkadır. Yani, B_z birdir. Ve diğer bileşenler mevcut değildir.

Sizlere bu konuda iyi şanslar diliyorum ve şimdi çarpmanın çok daha zor bir kısmına geçiyorum. Bu vektör çarpımıdır ve vektörel çarpım olarak adlandırılır.

Ya da çoğu zaman, çapraz çarpım olarak ta adlandırılır ve ben bunu tercih ediyorum.

Gördüğünüz gibi vektörel çarpım $\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C}$ olarak yazılır.

Bu çapraz işareti, çok net çapraz işaretidir.

Sizlere bunu nasıl hatırlayacağımı anlatacağım.

Bu birinci yöntem. Aynı nokta çarpımında yaptığımız iki yöntem gibi,

Sizlere daima sonuç veren birinci yöntemi anlatayım.

Zaman alıcı, fakat her zaman çalışır.

Üç satırlı bir matris yazınız.

İlk satır, x şapka, y şapka, z şapka şeklinde olsun.

İkincisi A_x , A_y ve A_z dir.

Eğer birinci vektör A ise bu durumda ikinci satır A vektörünü içermeli ve üçüncü satır ise B vektörünü

B_x , B_y ve B_z

Gördüğünüz bu altısı sayılardır ve bunlar birim vektörlerdir.

Bunu buraya aynen tekrar yazıyorum.

Birazdan neden buna ihtiyacım olduğunu göreceksiniz.

Ve aynısını buraya da yazıyorum.

Tamam, şimdi sıra nasıl yapacağım.

Sol üst köşeden bu yönde giderek, bu üçünü çarpıyorsunuz ve bu pozitif işaretlidir.

A vektörel çarpım B olan C vektörünün ilk terimini $A_y B_z$ çarpı x şapka şeklinde elde edeceksiniz. Fakat x şapkayı henüz yazmıyorum. Çünkü bunları çıkaracağım, eksi $A_z B_y$, bu x doğrultusundadır.

Bir sonraki $A_z B_x - A_x B_z$ şeklinde olup y doğrultusundadır.

Ve sonuncusu, $A_x B_y - A_y B_x$ şeklindedir ve z doğrultusundadır.

Bu kısım C_x olarak adlandırdığımız kısımdır.

Bu vektörün x bileşenidir. Ve bunu C_y ve bunu da C_z olarak adlandırabiliriz.

Bu durumda A vektörel çarpım B ye eşit olan C vektörünü $\vec{C} = C_x \hat{x} + C_y \hat{y} + C_z \hat{z}$ şeklinde yazabiliriz.

Çok sayıda eksersiz yapacağız ve ödevinizde de bunlarla işlem yapmak için çok sayıda farklı eksersiz olacak.

Şimdi ikinci yöntemi anlatacağım. Bu ikinci yöntem, aynen nokta çarpımda yaptığımız gibi, geometrik yöntemdir.

Şimdi bu ikisi arasındaki, tahtada çalışalım.

Eğer A vektörünü, B vektörünü ve θ açısını da biliyorsanız, bu durumda $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ vektörel çarpımı, A vektörünün büyüklüğü çarpı B vektörünün büyüklüğü çarpı $\sin\theta$ ya eşittir. Nokta çarpımda olduğu gibi $\cos\theta$ değildir.

$\sin\theta$.

Gerçekten, eğer θ açısı 0 derece ya da 180 derece ise bunun sıfır olacağını hemen görebilirsiniz. Halbuki aralarındaki açı 90 derece olduğu zaman, nokta çarpımları sıfır idi

Eğer $\sin\theta$, sıfırdan büyük ise, bu sayı sıfırdan büyük olabilir.

Ayrıca sıfırdan küçük de olabilir.

Bu sadece vektörün büyüklüğü idi ve şimdi en zor kısım geliyor.

Vektörün yönü nedir? Ve bu beyninize kazıyacağınız ve asla unutmayacağınız bir şeydir.

Yön, şöyle bulunur.

A vektörünü alıyorsunuz, çünkü ilk bahsedilen odur. Gördüğünüz gibi A vektörünü B vektörü üzerine mümkün olan en küçük açıda döndürüyorsunuz. Ve birazdan bunu göstereceğim.

Eğer elinizde bir mantar açacağı varsa, mantar açacağını oturduğunuz yerden bakıldığında saat yönünde döndürürseniz, mantar açacağı tahta düzleminin içine doğru ilerleyecektir.

Ve eğer mantar açacağı, tahta düzlemi içine doğru giderse, bu durumda vektörün kuyruğunu göreceksiniz. Ve artı işareti olarak göreceksiniz, küçük artı işareti. Bu nedenle bunu bu şekilde gösteririz.

Vektörel çarpım her zaman A ve B vektörlerinin her ikisine de diktir. Fakat size iki seçenek bırakır. Ya tahta düzleminden dışarıya doğrudur, ya da tahta düzleminin içine doğru gider.

Sizlere sadece hangi standardın yada uzlaşımın kullanılacağını söyledim.

Ve sizlere daha çok hitap edecek bu yöntemi şu şekilde göstermek istiyorum.

Bu daha önce MIT de verdiğim, televizyon aracılığıyla öğretim kısmında kullandığım bir şey.

Bir elmam var.

Hayır, bir elma değil.

Bu bir domates

Hayır bir domates değil.

Bu bir patates

Burada bir patates ve bir mantar açacağım var.

Mantar açacağı burada

Sizin tarafınızdan görüldüğü gibi mantar açacağını, saat ibresi yönünde döndüreceğim.

Ve mantar açacağını patatesin içine doğru gideceğini göreceksiniz.

İşte bu vektörün yönüdür.

Eğer biz B vektörel çarpım A yı oluşturursak, bu durumda, B yi alıyoruz ve A üzerine mümkün olan en küçük açıda döndürüyoruz.

Şimdi saat ibresinin tersine döndürmeniz gerekir ve saat ibresinin tersi yönde döndürürseniz, mantar açacağı size doğru gelecektir.

Ve bu durumda, vektör şimdi bu yönü göstermektedir.

Eğer vektörün yönü size doğru ise, bu durumda vektörü, içinde nokta olan bir yuvarlak ile göstereceğiz

Başka bir deyişle, bu çarpım A vektörel çarpım B vektörü ile aynı büyüklükte olacaktır.

Fark yoktur.

Fakat tahta düzleminden dışarı doğru çıkacaktır.

Başka deyişle A vektörel çarpım B, eksi B vektörel çarpım A ya eşit olacaktır. Halbuki, A nokta çarpım B, B nokta çarpım A ya eşit idi.

Vektörel çarpımlar ile tork ve 8.01 dersinin kolay kısmı olmayan açısal momentum konusunu işlediğimiz zaman karşılaşacağız.

Şimdi son derece basit bir örnek alalım.

Yine, bu basit örnek ile sizleri aşağılamak istemiyorum. Fakat ödevlerinizde, daha zorları ile uğraşma fırsatı elde edeceksiniz.

Sizlere A vektörünü $A = \hat{x}$ şeklinde vermiş olayım. Bu x doğrultusundaki birim vektördür.

Bu $A_x = 1$, $A_y = 0$ ve $A_z = 0$ anlamlarına gelir.

Ve B vektörünün $B = \hat{y}$ şeklinde olduğunu varsayalım.

Bu, $B_y = 1$, $B_x = 0$ ve $B_z = 0$ anlamlarına gelir.

Şimdi A ve B vektörlerinin nokta çarpımları nedir? Vektörel çarpımları nedir?

Yukarıdaki kuralı yada reçeteyi uygulayabilirsiniz, ama çok daha kolay olanı, buradaki x, y ve z eksenlerini kullanmaktır.

A vektörü x yönünde ve B vektörü y yönündeki birim vektörler idi.

A vektörünü alıyorum ve y eksenine doğru en küçük açı ile, bu durumda açı 90 derecedir, döndürüyorum.

Mantar açacağım yukarı doğru gidecektir.

Hali hazırda her şeyi biliyorum.

Ve bu vektörel çarpımın z şapka olması gerektiğini biliyorum.

Büyüklik bir olmalıdır.

Bu hemen anlaşılır.

Fakat mantar açacağı kuralını kullanarak hemen yönü bulabilirim.

Eğer gerçekten zeki iseniz, sadece bu koordinat sistemini kullandığımdan artı z yi bulduğumu söyleyebilirsiniz.

Eğer bu eksen x olsaydı ve bu da y olsaydı, o durumda x ve y nin vektörel çarpımı, eksi z yönünde olacaktı. Evet, haklısınız.

Eğer bunu yaparsanız, sizi öldürürüm.

Daima, daima sağ el koordinat sistemi olarak adlandırdığımız sistemle çalışmak zorundasınız.

Ve sağ el koordinat sistemi tanımı gereği x ile y nin vektörel çarpımı z dir, eksi z değildir.

İleride ne zaman vektörel çarpım içeren tork ve açısal momentum ile karşılaşılırsanız, daima x vektörel çarpım y nin z olduğunu bilin ve bir x - y - z diyagramı kullanın.

Asla ve hiçbir zaman, x vektörel çarpım y nin sonucunu eksi z olarak elde etmeyin.

Böyle olursa kendi ipinizi çekersiniz.

Öncelikle, yukarıdaki ifade artık işe yaramaz.

Bu yüzden çok mu çok dikkatli olun.

Eğer sağ el mantar açacağı kuralı kullanıyorsan, sağ el koordinat sistemi ile çalıştığından da emin olmalısın.

Pekala, şimdi en kötü kısım bitti.

Ve şimdi sizin için yazmak istiyorum

Yavaş yavaş anlaşılacak ama, şimdi biraz meyveleri toplayalım.

Sizler için üç boyutta hareket eden bir parçacık, bir cisim için eşitlikler yazmak istiyorum.

Nasıl olduğunu, epeyce zor hayal edebildiğim, çok karmaşık bir hareket.

Uzayda gezinecek bir nokta. İşte gördüğünüz bu P noktası. Bu P noktası uzayda gezinecektir. Ve bu vektörü OP olarak adlandırıyorum. Bu vektörü şimdi r vektörü olarak adlandırıyorum ve altına zamanla değiştiğini ifade eden t alt indisini yazıyorum.

Bu A_y konumunu y_t olarak adlandıracağım.

Zamanla değişiyor.

Bunu x_t olarak adlandıracağım.

Zamanla değişecek.

Ve bunu da zamanla değişeceği için z_t olarak adlandırıyorum. Çünkü P hareket edecektir.

Ve bu yüzden r vektörünü en genel şekilde yazacağım. Şöyle yazabilirim.

Şimdi zamanla değişen r vektörünü x_t çarpı x şapka artı y_t çarpı y şapka artı z_t çarpı z şapka şeklinde yazabilirim.

r vektörümü, üç bağımsız vektör şeklinde bileşenlerine ayırdım.

Bu parçacığın hızı nedir? Hız konumun birinci türevidir. Bu durumda dr/dt şeklindedir.

İşte başlıyoruz.

Bunun birinci türevi $\frac{dx}{dt} \hat{x}$ dir.

Tembel olduğum için, oldukça sık kullanılan ve kitabınızda olmayan $\frac{dx}{dt}$ yerine x

nokta yazacağım ve $\frac{d^2 x}{dt^2}$ yerine ise x iki nokta yazacağım.

Bu gösterimi oldukça sık kullanacağım. Aksi takdirde eşitlikler çok çirkin görünüyor.

artı y nokta çarpı $\hat{y}$ artı z nokta çarpı $\hat{z}$.

z nokta $\frac{dz}{dt}$ anlamına gelir.

Zamanın fonksiyonu olarak ivme nedir? Zamanın fonksiyonu olarak ivme dv/dt ye eşittir.

Bu durumda ivme, x konumunun zamana göre ikinci türevidir. Ve böylece x iki nokta çarpı $\hat{x}$ artı y iki nokta çarpı $\hat{y}$ artı z iki nokta çarpı $\hat{z}$ şeklinde yazılır

Ve şimdi başardığımız şeylere bir bakın.

Bu küçük gibi görünüyor, fakat daha sonraları mühim olacak.

Üç boyutlu uzayda giden bir P noktasına sahibiz. Ve burada cisim hareket ettikçe bu cismin x eksenini boyunca tüm davranışlarını görüyorsunuz.

Bu konumu, bu onun hızı ve bu da onun ivmesidir.

Ve burada ise z eksenini üzerindeki tüm davranışlarını görebilirsiniz.

Bu z eksenindeki konumudur, bu z yönündeki hız bileşenidir ve bu da z eksenindeki ivmesidir.

Ve burada da y eksenini var

Başka bir deyişle, şimdi üç boyutlu harekete sahibiz ve onu üç tane bir boyutlu harekete ayırdık.

Bu bir boyutlu harekettir.

Bu sadece x eksenini boyunca davranıştır, bu sadece y eksenini boyunca davranıştır ve bu sadece z eksenini boyunca davranıştır ve bu üçü birlikte parçacığın gerçek hareketini oluştururlar.

Şimdi kazancımız ne oldu? Sanki matematiksel terimlerin bir hayvanat bahçesi araya gelmesi gibi görünüyor.

Eğer, bu şekilde görünecekse, felaket olabileceğini düşünebilirsiniz. Ama gerçekte öyle değil.

Aslında, bunun sizlere büyük yardımı olacaktır.

Öncelikle, eğer sınıfta bir tenis topunu bu şekilde fırlatırsam, tüm yörüngesi tek düşey düzlemde olan bir eğrisel yörünge olacaktır.

Üç boyutta olmasına rağmen, bunu daima iki eksen tarafından, x ve y eksenleri şeklinde iki boyutlu olarak gösterebiliriz. Böylece, önceden üç boyutlu olan durum genellikle iki boyutlu bir problem haline gelir.

Büyük bir başarı ile bu eğrisel yörüngeleri, oldukça karmaşık olan bu hareketleri bileşenlerine ayırarak inceleyeceğiz.

Bunun oldukça karmaşık bir kavis olduğunu düşünün, Fakat bunu kendi hareketini bağımsızca devam ettirdiği x yönündeki bir hareket ve kendi hareketini bağımsızca devam ettirdiği y yönündeki bir hareket şeklinde bileşenlerine ayırabiliriz. Ve tabii ki, parçacığın ne yaptığını bilmek için, bu ikisini daima birleştirmek zorundayız.

Son dersimizden sabit ivmeli ve tek boyutlu hareket için denklemleri çok iyi biliyoruz.

İlk satır, zamanın fonksiyonu olarak x konumunun ne olduğunu ifade eder.

t indisi, zamanla değişimi ifade etmektedir.

x_t , eğer x yönünde ivme var ise, $x_t = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2$ şeklinde yazılır.

Bu fonksiyonun türevinden hız ve bu fonksiyonun türevinden de ivme elde edilir.

Eğer şimdi, iki ya da üç boyutlu, daha karmaşık bir hareketimiz varsa,

Hareketi birbirine dik üç eksene göre bileşenlerine ayırırız. Ve buradaki her x yerine y yönündeki hareketin bütün davranışını verecek olan y yazabilirsiniz. Eğer z yönündeki davranışını da bilmek istiyorsanız, buradaki her x yerine z koyabilirsiniz ve bu durumda hareketi üç yönde bileşenlerine ayırmış olursunuz.

Bunların her biri doğrusaldır.

Ve şimdi yapmak istediğim şey de budur.

Bir cismi, golf topu veya bir elmayı salonda atacağım. Bunun düşey bir düzlemde olduğunu biliyorum. Ve böylece sadece iki boyutlu bir problemi ele alacağız.

Bunu x eksenim olarak adlandırıyorum ve bunu da y eksenim olarak adlandıracağım.

Bunu x ekseninin artan yönü ve bunu da y ekseninin artan yönü olarak adlandırıyorum.

Bu yönü de y ekseninin artan değerleri olarak adlandırabilirdim.

Bugün, bunu y ekseninin artan değeri olarak adlandırmaya karar verdim.

Bu seçimde özgürüm.

Cismi belli bir açıda atıyorum ve hareketin bu şekilde gittiğini biliyorum.

Ve yere geri dönüyor.

İlk attığım durumdaki ilk hızım v_0 idi, ve buradaki açı α dır.

İlk hızın x bileşeni $v_0 \cos \alpha$ ve y bileşeni $v_0 \sin \alpha$ ya eşittir.

Bu x yönündeki başlangıç hızıdır

Ve bu y yönündeki başlangıç hızıdır.

Biraz süre sonra, cisim buradaki P noktasındadır. Ve bu şimdi r_t olarak adlandırdığımız konum vektörüdür.

Bu vektör uzayda hareket eden bir vektördür.

Bu anda x_t burasıdır ve aynı anda ise y_t burasıdır.

Ve şimdi ilk kez hareketi birbirinden bağımsız olan iki eksene bölmekle, çok büyük kazancımız olduğunu göreceksiniz.

İlk olarak x eksenini.

x eksenini hakkında bilinecek her şeyi bilmek istiyorum.

Herhangi bir anda, sadece x ekseninde nerede olduğunu, hızını ve ivmesini bilmek istiyorum

Öncelikle $t = 0$ durumunu bilmek istiyorum.

Eh, $t=0$ için oraya baktığımda $x_0 = 0$ dır. Bunu sıfır olarak seçebilirim ve bu benim özgür seçimimdir.

Şimdi V_{0_x} e ihtiyacım vardır.

Yani, hız nedir? V_{0_x} olarak adlandırdığımız $t=0$ daki hız, bu hızdır.

$v_0 \cos \alpha$ dır.

Ve değişmeyecektir.

Neden değişmeyecektir? Çünkü, a_x değeri yoktur. Yani buradaki bu terim sıfırdır ve sadece buna sahibiz.

Yani bütün anlarda x yönündeki hız $v_0 \cos \alpha$ dır ve $a_x = 0$ dır.

Şimdi t zamanı için x yönünde aynısını yapmak istiyorum.

Buradaki ilk denkleme bakıyorum ve t anında

İşte orada –

$x_0 = 0$

V_{0_x} in $v_0 \cos \alpha$ olduğunu biliyorum. Bu durumda $x_t = (v_0 \cos \alpha)t$ şeklindedir. İvme yoktur ve işte bu kadar.

Herhangi bir zamandaki hız olan V_{x_t} nedir?

İşte bu eşitliktir ve basit olarak V_{0_x} e eşittir.

Zamanla hiç değişmemektedir. Çünkü ivme yoktur.

Yani, $t=0$ anındaki hız t saniye sonraki hız ile aynıdır ve ivme sıfırdır.

Şimdi bunu y yönü için yapacağız.

Ve şimdi bileşenlere ayırmanın faydasını görmeye başlayacaksınız.

y yönü için, x' in y ile yerlerini değiştireceğiz ve ilk olarak $t = 0$ için yapacağız.

Oraya bakın

Bu y_0 olur. Bunu sıfır olarak alıyorum.

Başlangıç noktamı daima sıfır olarak seçebilirim

V_{0y} çarpı t yi elde ediyorum.

$$V_{0y} = v_0 \sin \alpha \text{ dır.}$$

Bu gördüğünüz $v_0 \sin \alpha$ dır.

$t=0$ anındaki hızdır ve bu sıfırdır.

Bu $t=0$ da sıfırdır.

$t=0$ anında y yönündeki ivme nedir? İvme nedir? Bunun yerçekimi ile ilgili olması lazım.

x yönünde hiçbir ivme yoktur, fakat şüphesiz y yönünde bir ivme vardır.

y denklemlerinden bahsettiğimiz zaman bu ivme gelmektedir. x yönünden bahsettiğimizde gelmez.

Yerçekiminden dolayı ivmeye g dersek, bu artı 9.8 e eşittir ve her zaman buna g diyeceğim. Eğer y nin artış yönü olarak bu yön göz önüne alınırsa ivme ne olacaktır.

Eksi 9.8, her zaman eksi g olarak adlandıracağım. Çünkü g daima pozitiftir.

Yani, bu $-g$ dir.

Böylece bu y yönünde $t=0$ durumunu anlatır. Ve şimdi onu $t=t$ zamanı için tamamlayacağız.

$t=t$ zamanında oradaki ilk satıra sahibiz.

$y_0=0$ dır.

Ve zamanın fonksiyonu olarak y değerimiz vardı, $y_0=0$ dı ve bununla ilgilenmek zorunda değiliz. Bu sıfırdır. Böylece

$$y_t = (v_0 \sin \alpha) t - \frac{1}{2} g t^2$$

elde ederiz.

Ve şimdi t zamanında y yönündeki hızı elde edebilirim.

Bu benim ikinci satırımdır.

Ve hız

$v_t = (v_0 \sin \alpha) - g t$ şeklindedir ve herhangi bir zamandaki y yönündeki ivme,
 $a_t = -g$ şeklinde olacaktır.

Şimdi yapabileceğimi yaptım ve bu karmaşık hareketi tamamıyla birbirinden bağımsız bir boyutlu iki bileşene ayırdım.

Ve bir sonraki derste bunu tekrar, tekrar, tekrar ve tekrar kullanacağız.

Bu, henüz ders bitmedi, fakat bunun gelecek birçok derste uygulayacağımız şey olduğunu bilmenizi istiyorum.

Karmaşık bir yörüngenin iki basit yörüngeye ayrılması

Şimdi, buna baktığınız zaman, oldukça dikkat çekici şeyler var. Ve dikkate değer şey, eğer hava akımı yoksa, eğer sürtünme yoksa, tüm yörünge boyunca x yönündeki hızın değişmiyor olmasıdır.

Değişen sadece y yönündeki hızdır.

Eğer bu golf topunu bu şekilde atarsam ve x yönünde belli bir bileşene ve belli bir hıza sahip ise ve ben de tamamıyla aynı yatay hız ile hareket edersem, topu burada yakalayacağım anlamına gelir.

Kesin olarak tekrar benim ellime gelmek zorunda.

Bu sadece y yönünde bir ivme olmasından dolayıdır ve y yönündeki hareket tamamıyla x yönünden bağımsızdır.

Hatta x yönü, y yönünde ne olup bittiğini bile bilmez.

Eğer bir cismi bu şekilde atarsam, x yönü basitçe, sıkıcı bir şekilde sabit hız ile hareket eder.

Zamana bağımlılık yoktur.

Ve y yönü başlı başına kendi isteğini yapar.

Yukarıya gider, durma noktasına gelir ve durur.

Ve elbette, gerçek hareket bu ikisinin toplamının üst üste gelmesidir.

Anlaşılması oldukça zor olan, bu tuhaf davranışı, x yönünün kendi başına bağımsız bir şekilde hareket ettiğini, sizlere göstermenin yollarını aradım.

Bunu yapmanın yolu şöyledir.

Burada bir golf topunu yukarıya doğru atabileceğimiz golf topu silahımız var. Eğer bunu gerçekten düzgün olarak yapabilirsek, golf topu tekrar aynı noktaya geri gelecektir.

Bu kolay değil.

Ve ayarlaması saatler sürer.

Golf topu yukarıya gider ve buraya geri gelir.

Buraya değil, buraya değil, oraya değil.

Orası kolay.

Golf topunu çok küçük bir açıda atabilirsin ve golf topu buraya gelecektir.

Golf topunun oraya gelmesini bir kere başardıktan sonra bu arabayı iteceğim ve araba bu anahtardan geçtiği anda bu golf topu görüldüğü gibi yukarıya gidebilsin diye ateşlenecektir. Bu golf topu yatay hıza da sahip olacaktır ve bu hız arabanın yatay hızı ile tamamıyla aynıdır. Araba gördüğünüz gibi sanki benim elim gibidir.

Golf topu görüldüğü gibi böyle gittikçe, araba daima golf topunun altında yer alacaktır. Ve her şey yolunda giderse golf topu hareketini arabaya düşerek tamamlayacaktır.

Size ilk olarak, eğer topu yukarı ateşlersek, buraya geri geleceğini göstereyim

Aksi takdirde, eğer bu çalışmazsa tabii ki her şey bitmiş olur.

Eğer geri gelmezse, bu durumda daha karmaşık olan bu deneyi, yapmama gerek yok.

Golf topu burada

Şimdi silahı ateşleyeceğim.

Yakın, yakın.

Oldukça yakın.

Oldukça yakın olduğundan dolayı, belki

Belki, bunu bu yana doğru biraz uzaklaştırırsak, çalışacaktır.

İşte silahı yerleştiriyorum.

Ve topu koyuyorum.

Ve her ihtimale karşı bunu yerleştiriyor ve bantlıyorum.

Şimdi bunu iteğim ve arabanın ortası gördüğünüz bu noktaya geldiği zaman silah ateşlenecektir.

Şimdi topun ne kadar yükseğe çıkacağını göreceksiniz ve top bu şekilde gidecektir.

Ve arabayı ne kadar hızlı ittiğime bağlı olarak, burada ya da orada tekrar karşılaşırlar.

Bunun için hazır mısın? Hazır mısınız?

Ben hazırım.

Fizik çalışıyor.

Gelecek derste görüşürüz.