MASSACHUSETTS TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ

Bahar 2006 Fizik 8.04 Vuletic
Opsiyonel Ödev No.11 Sayfa 1(1)
Ödev 11 için önerilen okuma: G 8-1 ila 8-3, F&T 12-1 ila 12-6

1. **Hidrojen atomu**

Asal kuantum sayısı n, ve açısal momentum kuantum sayıları l ve m olan hidrojen atomunun bir özfonksiyonunun Ψ_{nlm} verildiğini kabul ediniz. Hidrojen atomunun
$\psi(\mathbf{r}) = C\left[4\psi_{100}(\mathbf{r}) + 3\psi_{211}(\mathbf{r}) - 4\psi_{210}(\mathbf{r}) + \sqrt{10}\psi_{21-1}(\mathbf{r})\right]$
dalga fonksiyonu ile betimlenmiş bir durumda olsun.

a) Bir C normalleşme sabitini bulunuz.
b) Enerjinin beklenti değeri nedir?
c) $\mathbf{L}^2$'nin beklenti değeri nedir?
d) L_z'nin beklenti değeri nedir?
e) Daha sonraki t zamanında $\Psi(\boldsymbol{r},t)$yi yazınız.

2. **Açısal momentum öz durumları cinsinden açınım**

Zamanda verilen bir anda bir sistemin açısal dalga fonksiyonu

$$Y(\theta,\phi) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\sin\theta\sin\phi\,.$$

ile verilmiştir. Buna göre:

a) Bir ölçümde L_z'nin olası hangi değerleri bulunacaktır ve bunlar hangi olasılıklarla vuku bulacaktır?
b) Bu durum için $\langle L_x\rangle$ nedir?
c) Bu durum için $\langle L^2\rangle$ nedir?

3. **Küresel harmoniklerin ortonormalliği**

Küresel harmonikler şu anlamda ortonormaldirler.

$$\int d\Omega Y^*_{l'm'}(\theta,\phi)\,Y_{lm}(\theta,\phi) = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta\, Y^*_{l'm'}(\theta,\phi)\,Y_{lm}(\theta,\phi) = \delta_{l'l}\delta_{m'm}$$

Küresel harmoniklerin aşağıdaki dört durum için ortonormal olduğunu ispatlayınız.

a) l=0, m=0; l'=1, m'=0
b) l=0, m=0; l'=1, m'=1
c) l=1, m=0; l'=1, m'=-1
d) l=1, m=-1; l'=1, m'=-1

$\cos\theta$'yı bir integralleme değişkeni olarak, $\sin\theta d\theta = -d(\cos\theta)$ kullanmak faydalı olabilir.

4. **$\vec{r}$ ve $\vec{p}$ için sıra değiştirme bağıntıları**

$x=r_1$, $y=r_2$, $z=r_3$ kartezyen bileşenleri için aşağıdaki sıra değiştirme bağıntılarını ispatlayınız.

a) $\left[\hat{L}_j, \hat{r}_k\right] = i\hbar\varepsilon_{jkl}\hat{r}_l$
b) $\left[\hat{L}_j, \hat{p}_k\right] = i\hbar\varepsilon_{jkl}\hat{p}_l$
c) $\left[\vec{L}, \hat{p}^2\right] = \left[\vec{L}, \hat{r}^2\right] = 0$