14.12 Oyun Teorisi

Muhamet Yıldız

Güz 2005

Ders 5: Çözüm yolları

Yol haritası

1. Dominant-strateji (baskın strateji) dengesi
2. Rasyonelleştirebilirlik
3. Nash dengesi

Dominantlık

$$s_{-i} = (s_1, ...s_{i-1}, s_{i+1}, ...s_n)$$

Tanım: Bir s_i^* stratejisi s_i stratejisnin **kesin domine eder** ancak ve ancak

$$u_i(s_i^*, s_{-i}) > u_i(s_i, s_{-i}), \forall s_{-i} \in S_{-i}.$$

Bir karma strateji σ_i, s_i stratejisini **kesin domine eder** ancak ve ancak,

$$\sigma_i(s_{i1})u_i(s_{i1}, s_{-i}) + \sigma_i(s_{i2})u_i(s_{i2}, s_{-i}) + \cdots \sigma_i(s_{ik})u_i(s_{ik}, s_{-i}) > u_i(s_i, s_{-i}), \forall s_{-i} \in S_{-i}.$$

Rasyonel bir oyuncu asla kesin domine edilen bir stratejiyi oynamaz.

Tutuklular İkilemi

1/2	itiraf et	itiraf etme
itiraf et	-5,-5	0,-6
itiraf etme	-6,0	-1,-1

Zayıf Dominantlık

Tanım: Bir s_i^* stratejisi s_i stratejisini **zayıf domine eder** ancak ve ancak

$$u_i(s_i^*, s_{-i}) \geq u_i(s_i, s_{-i}), \forall s_{-i} \in S_{-i}$$

ve en az bir eşitsizlik kesindir. Bir karma strateji σ_i^*, s_i stratejisini **zayıf domine eder** ancak ve ancak,

$$\sigma_i(s_{i1})u_i(s_{i1}, s_{-i}) + \sigma_i(s_{i2})u_i(s_{i2}, s_{-i}) + \cdots \sigma_i(s_{ik})u_i(s_{ik}, s_{-i}) \geq u_i(s_i, s_{-i}), \forall s_{-i} \in S_{-i}.$$

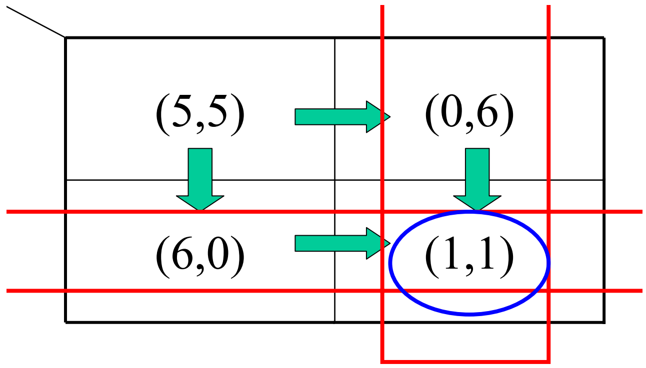
ve en az bir eşitsizlik kesindir.

Dominant Strateji dengesi

Tanım: Bir s_i^* stratejisi i oyuncusu için bir **dominant stratejidir** ancak ve ancak s_i^* i oyuncusunun diğer tüm stratejilerini zayıf domine ediyorsa.

Tanım: Bir strateji vektörü, s^*, bir **dominant strateji dengesidir**, ancak ve ancak, s_i^* her i oyuncusu için bir dominant stratejidir.

Tutuklular İkilemi



İkinci-fiyat ihalesi

- $N = \{1, 2\}$ alıcılar kümesidir;
- i oyuncusu için evin değeri v_i'dir;
- Her oyuncu i eş zamanlı olarak b_i teklif eder;
- $b_{i^*} = max\ b_i$ teklifini veren i^* evi alır ve ikinci en yüksek teklifi, $p = max_{j \neq i} b_j$, öder.

2. fiyat ihalesi

- Stratejiler:

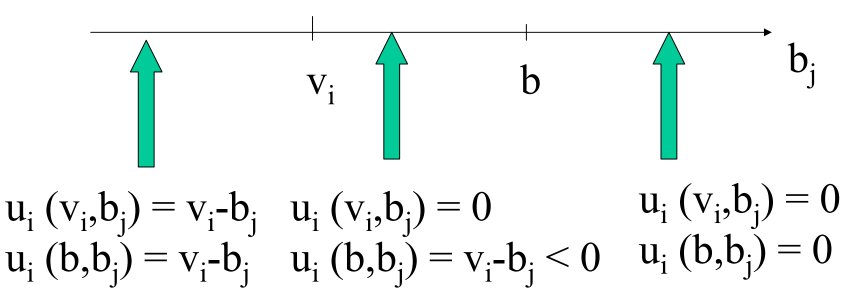
  $b_i \in [0, \infty)$

- Kazançlar:

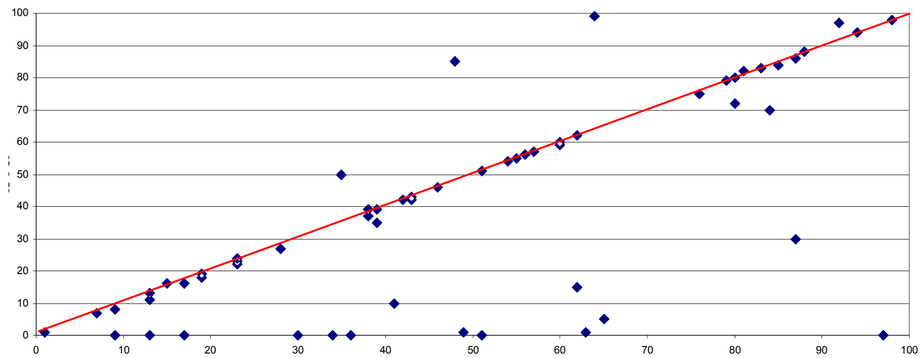
$$u_i\left(b_1, b_2\right) = \begin{cases} v_i - b_j & \text{eğer } b_i > b_j \\ \left(v_i - b_j\right)/2 & \text{eğer } b_i = b_j \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

$b_i = v_i$ dominant stratejidir

$b_i = v_i$ herhangi bir $b > v_i$'yi domine eder:



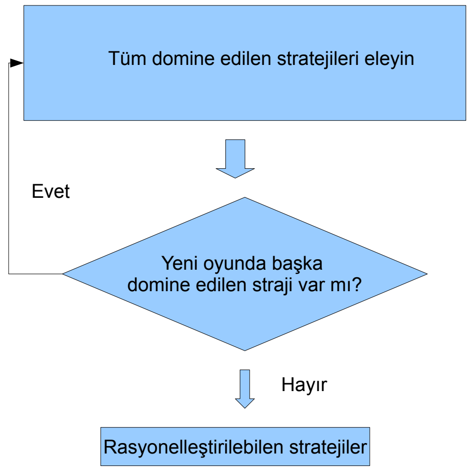
2. fiyat müzayedesinde teklif fonksiyonu



(teklifler dikey eksende, değerlerse yatay eksendedir.)

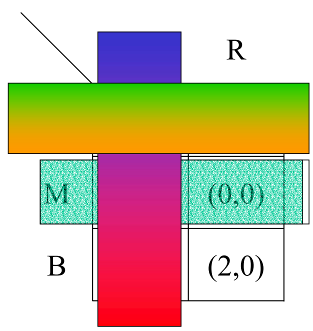
Rasyonelleştirilebilirlik

Rasyonelleştirilebilirlik



Oynanan stratejiler rasyonelleştirilebilir ancak v ancak ...

Varsayalım

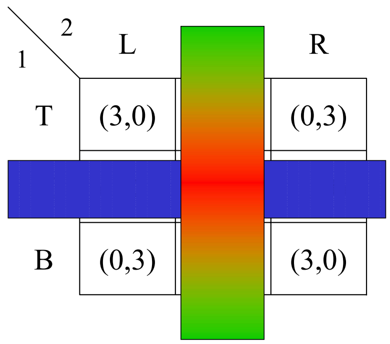


1. oyuncu rasyoneldir, 2. oyuncu rasyoneldir.

2. oyuncu rasyoneldir ve 1. oyuncunun rasyonel olduğunu bilir.

1. oyuncu rasyoneldir ve 2. oyuncunun rasyonel olduğunu ve 2. oyuncunun 1. oyuncunun rasyonel olduğunu bildiğini bilir.

Varsayalım

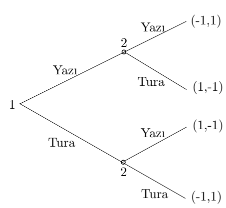


1. oyuncu rasyoneldir.

2. oyuncu rasyoneldir ve 1. oyuncunun rasyonel olduğunu bilir.

1. oyuncu rasyoneldir ve tüm bunları bilir.

Kusursuz bilgili yazı-tura eşleştirme oyunu



	YY	YT	TY	TT
Yazı	-1,1	-1,1	1,-1	1,-1
Tura	1,-1	-1,1	1,-1	-1,1

.

Nash Dengesi

Nash Dengesi

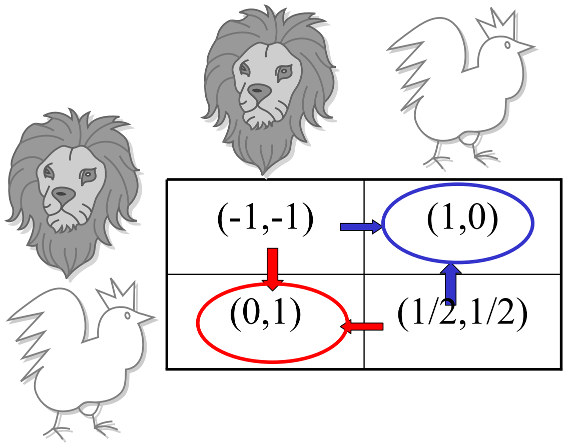
Tanım: Bir strateji vektörü, $s^* = (s_1^*, ...s_N^*)$, bir **Nash dengesidir**, ancak ve ancak, tüm i'ler ve $\forall s_i \in S_i$ için

$$u_i(s_1^*, .., s_{i-1}^*, s_i^*, s_{i+1}^*, ..., s_n^*) \geq u_i(s_1^*, .., s_{i-1}^*, s_i, s_{i+1}^*, ..., s_n^*)$$

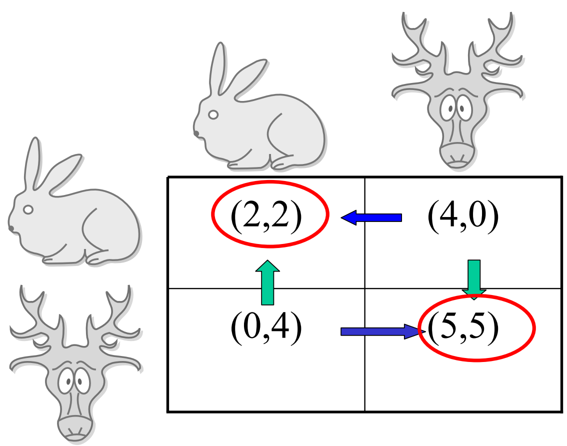
olmalıdır.

yani, hiçbir oyuncunun diğer oyuncuların ne yaptığını bildiği durumda çark etme isteği yoktur.

Tavuk



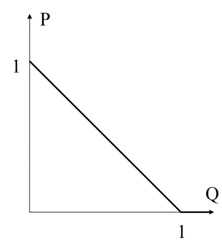
Av



Cournot Oligopolü

- $N = \{1, 2, ..., n\}$ firma var;
- Eşzamanlı olarak her firma i, c marjinal maliyetinde, q_i üretirler
- ve ürünlerini $P = max\{0, 1 - Q\}$ fiyatından satarlar, öyle ki,

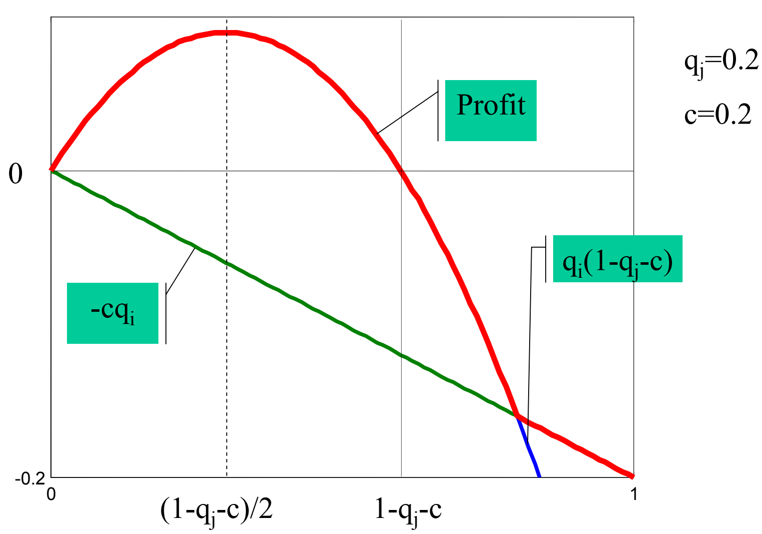
  $Q = q_1 + .. + q_n$.



- Oyun= $(S_1, .., S_{n;\pi_1,..,\pi_n})$ şeklindedir, öyle ki, $S_i = [0, \infty)$,

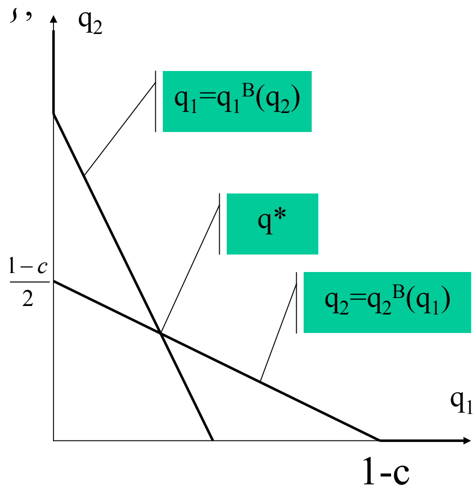
$$\pi_i(q_1, ..., q_n) = \begin{cases} q_i[1 - (q_1 + .. + q_n) - c] & \text{eğer } q_1 + .. + q_n < 1 \\ -q_i c & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

Cournot Oligopolü - Kar



Cournot Oligopolü - En iyi tepkiler

$$q_i^B(q_j) = \max\{(1-q_j-c)/2, 0\};$$



- Nash dengesi q^*:

$$q_1^* = (1-q_2^*-c)/2;$$
$$q_2^* = (1-q_1^*-c)/2;$$

- $q_1^* = q_2^* = (1-c)/3$

Cournot Oligopolü - Denge

- $q > 1 - c$ kesin domine edilir, dolayısıyla $q \leq 1 - c$.
- $\pi_i(q_1, ..., q_n) = q_i[1 - (q_1 + .. + q_n) - c]$ her i için.
- Birinci türev:

$$\left.\frac{\partial \pi_i(q_1,\ldots,q_n)}{\partial q_i}\right|_{q=q^*} = \left.\frac{\partial [q_i(1-q_1-\cdots-q_n-c)]}{\partial q_i}\right|_{q=q^*}$$
$$= (1-q_1^*-\cdots-q_n^*-c)-q_i^* = 0.$$

- Yani,

$$\begin{aligned} & 2q_1^* + q_2^* + \cdots + q_n^* = 1-c \\ & q_1^* + 2q_2^* + \cdots + q_n^* = 1-c \\ & \vdots \\ & q_1^* + q_2^* + \cdots + 2q_n^* = 1-c \end{aligned}$$

- Dolayısıyla, $q_1^* = ... = q_n^* = (1-c)/(n+1)$.