14.12 Oyun Teorisi

Muhamet Yıldız

Güz 2005

Ders 8: Geriye Doğru tümevarım

Yol haritası

1. Maliyetli aramalı Bertrand rekabeti
2. Ufak sınav
3. Geriye doğru tümevarım
4. Ajanda seçimi
5. Stackelberg rekabeti
6. Sıralı pazarlık

Maliyetli aramalı Bertrand rekabeti

- $N = \{F1, F2, B\}$; F1,F2 firmalar, B de alıcı
- B'nin, 6 değerindeki, 1 birim mala ihtiyacı var.
- Firmalar malı satıyorlar; marjinal maliyet=0.
- Muhtemel fiyatlar $P = \{3, 5\}$.
- Alıcı c¿0 gibi bir maliyette fiyatlara bakabilir.

Oyun

1. Her firma i fiyatını p_i seçer;

2. B fiyatlara bakıp bakmamaya karar verir;

3. (Verili) Eğer fiyatlara bakarsa ve $p_1 \neq p_2$ ise ucuz olandan alır; aksi durumda 1/2 olasılıkla herhangi bir firmadan alır.

Maliyetli aramalı Bertrand rekabeti

F1 \ F2	High	Low
High	5/2 5/2 1-c	0 3 3-c
Low	3 0 3-c	3/2 3/2 3-c

F1 \ F2	High	Low
High	5/2 5/2 1	5/2 3/2 2
Low	3/2 5/2 2	3/2 3/2 3

.... Fiyatlara bak .... Fiyatlara bakma...............

(Resimde High yüksek, Low da düşük fiyat demek)

Karma strateji dengesi

- Simetrik denge: her firma yüksek fiyatı q olasılıkla seçer.
- Alıcı fiyatlara r olasılıkla bakar
- U(fiyatlara bak;q)=$q^2 1 + (1 - q^2)3 - c = 3 - 2q^2 - c$;
- U(fiyatlara bakma;q)=$q1 + (1 - q)3 = 3 - 2q$;
- Kayıtsızlık: $2q(1 - q) = c$;
- U(yüksek;q,r)=$(1 - r(1 - q))5/2$;
- U(düşük;q,r)=$qr3 + (1 - qr)3/2$;
- Kayıtsızlık: $r = 2/(5 - 2q)$.

Kusursuz Bilgili Dinamik Oyunlar

ve

Geriye Doğru Tümevarım

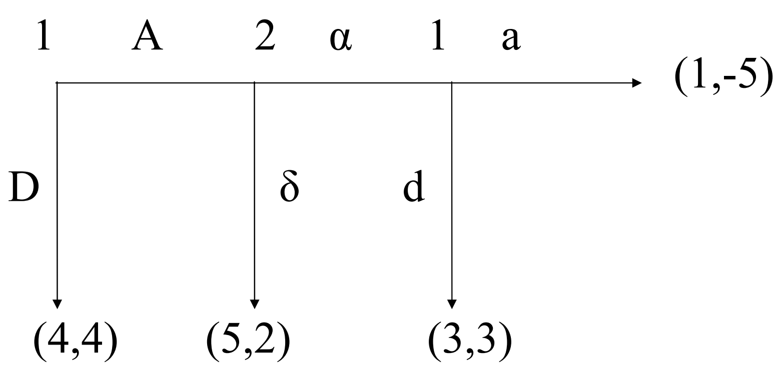
Tanımlar

Kusursuz bilgili oyun tüm bilgi kümelerinin tek elemanlı olduğu bir oyundur.

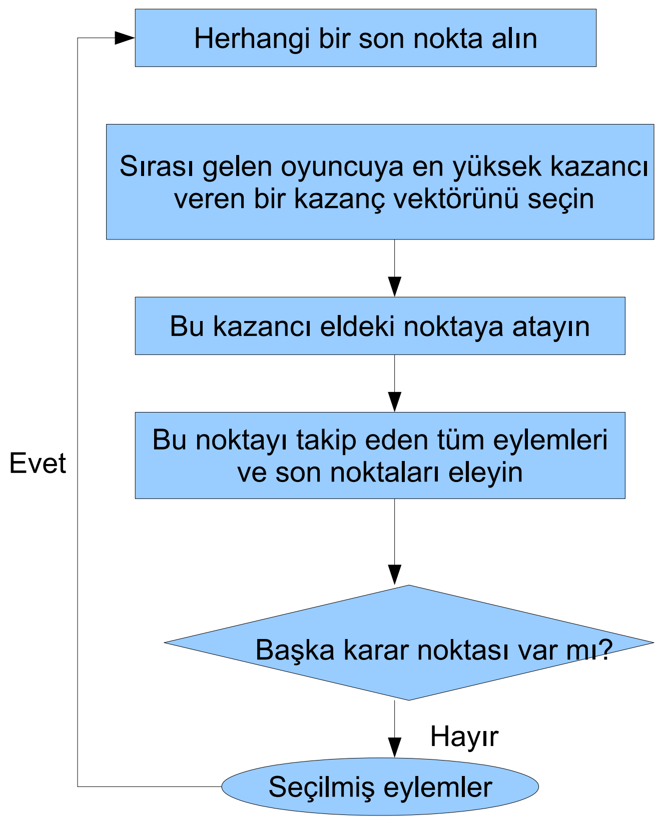
Sıralı Rasyonellik: Bir oyuncu sıralı rasyoneldir ancak ve ancak, her oynaması gereken noktada, oyuncu o noktada olma koşulu altındaki beklenen değeri maksimize eder - bu nokta kendi stratejisi tarafından dışta bırakılsa bile.

Sonlu bir kusursuz bilgili oyunda, sıralı rasyonelliğin 'ortak bilgi' olması '**geriye doğru tümevarım**' sonucunu verir.

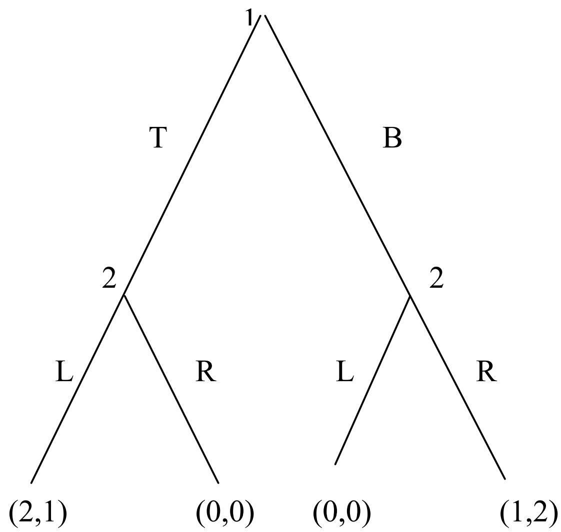
Bir oyun



Geriye Doğru Tümevarım



Kusursuz bilgili Cinsiyetler SAvaşı



Not

- Geriye doğru tümevarım sonucundan farklı Nash dengeleri vardır
- Geriye doğru tümevarım her zaman Nash dengesi verir
- Sıralı rasyonellik rasyonellikten daha kuvvetlidir.

.

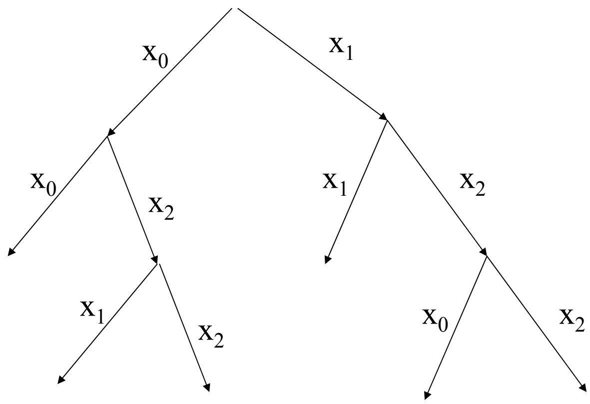
Ajanda Seçimi

Sabit ajanda ile oy kullanımı

1. 2n+1 oyuncu
2. Alternatifler: $x_0, x_1, ..., x_m$
3. Her oyuncu i alternatifler üzerine sabit kesin tercihlere sahip:

   $x_{i0} >_i x_{i1} >_i ... >_i x_{im}$
4. Sabit bir ikili ajanda var.
5. Varsayım: yukarıdaki herşey ortak bilgi.

Ikili ajanda



Naif oy kullanma

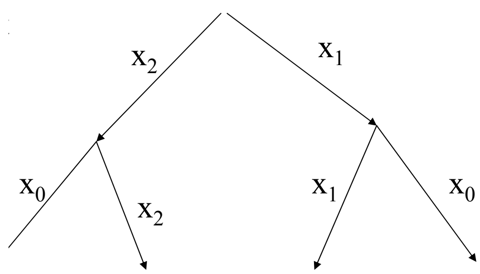
Bir tercih vektörü

1	2	3
x_0	x_2	x_1
x_1	x_0	x_2
x_2	x_1	x_0

Sofistike oy verenler

17. yasa değişikliği

- x_0 =statüko
- x_1 =17. yasa değişikliği
- x_2 =DePew yasası



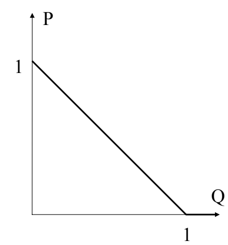
Tercih vektörü

1	2	3
x_0	x_2	x_1
x_2	x_1	x_0
x_1	x_0	x_2

Stackelberg Duopolü

Oyun: N={1,2} firma Marjinal Maliyet=0;

1. Firma 1 q_1 birim üretir
2. q_1'i gören Firma 2 q_2 üretir
3. Her iki firma da malı $P = max\{0, 1 - (q_1 + q_2)\}$ fiyatından satarlar.



$$\pi_i(q_1, q_2) = \begin{cases} q_i[1 - (q_1 + q_2)] & \text{eğer } q_1 + q_2 < 1 \\ 0 & \text{aksi durumda} \end{cases}$$

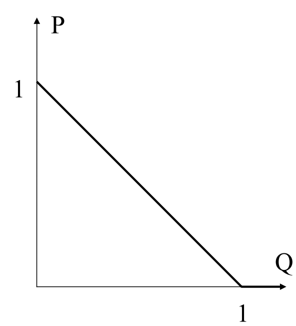
Stackelberg Dengesi

- Eğer $q_1 > 1$ ise, $q_2^*(q_1) = 0$
- Eğer $q_1 \leq 1$ ise, $q_2^*(q_1) = (1 - q_1)/2$
- q_2^* veriliyken, eğer $q_1 \leq 1$ ise

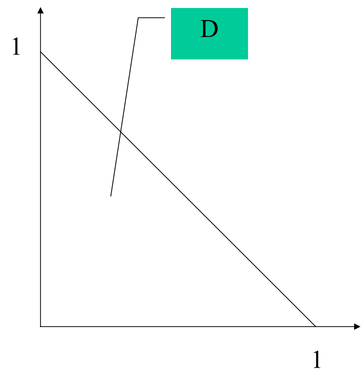
$$\pi_1(q_1;q_2^*(q_1)) = q_1[1-(q_1+(1-q_1)/2)]$$
$$= q_1(1-q_1)/2;$$

aksi durumda 0.

- $q_1^* = 1/2$
- $q_2^*(q_1^*) = 1/4$



Sıralı Pazarlık



- N={1,2}
- X= muhtemel beklenen fayda ikilileri $(x, y \in X)$
- $U_i(x,t) = \delta_i^t x_i$
- $d = (0,0) \in D$ anlaşmazlık durumundaki kazançlar

Zaman dizgesi - 2n periyot

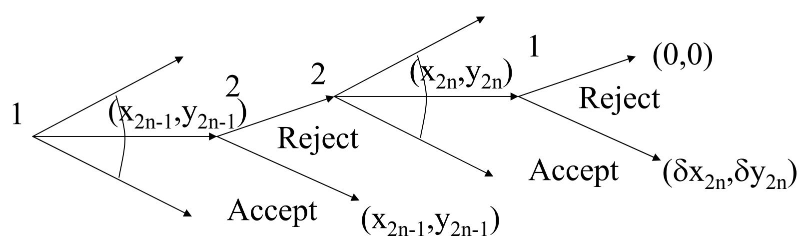
$T = \{1, 2, ..., 2n-1, 2n\}$

Eğer t tek sayıysa:

- 1. oyuncu (x_t, y_t) önerir
- 2. oyuncu kabul eder ya da reddeder
- Eğer kabul ederse, oyun biter, $\delta^t(x_t, y_t)$ sonucu çıkar
- Aksi durumda, t+1 gününe devam ederiz.

Eğer t çift sayıysa:

- 2. oyuncu (x_t, y_t) önerir
- 1. oyuncu kabul eder ya da reddeder
- Eğer kabul ederse, oyun biter, $\delta^t(x_t, y_t)$ sonucu çıkar
- Aksi durumda, t+1 gününe devam ederiz, t=2n olduğu gün hariç, ki o gün oyun biter ve d=(0,0) sonucu oluşur.



Accept: Kabul etmek anlamındadır.

Reject: Reddetmek anlamındadır.

t=2n-1 gününde,

Kabul et ancak ve ancak $x_{2n-1} \geq \delta$

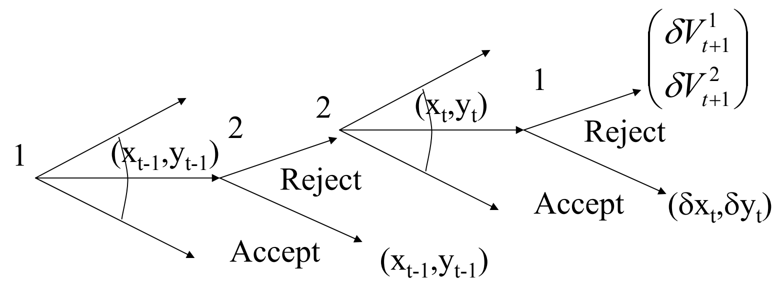
$(1-\delta, \delta)$ öner

t=2n gününde,

Kabul et ancak ve ancak $y_{2n} \geq 0$

(0,1) öner

t+1 gününde i için devam değeri= V_{t+1}^{i}



Accept: Kabul etmek anlamındadır.

Reject: Reddetmek anlamındadır.

$$
\begin{aligned}
V_{2n-2k-1}^{1} &= 1-\delta+\delta^{2}V_{2n-2k+1}^{1} \\
&= 1-\delta+\delta^{2}(1-\delta)+\delta^{4}V_{2n-2k+3}^{1} \\
&= 1-\delta+\delta^{2}(1-\delta)+\delta^{4}(1-\delta)+\delta^{6}V_{2n-2k+5}^{1} \\
&\;\;\vdots \\
&= (1-\delta)(1+\delta^{2}+\delta^{4}+\cdots+\delta^{2k}) \\
&= \frac{1-\delta^{2k+1}}{1+\delta}
\end{aligned}
$$

.

Ön Müzakere

Model

- Oyuncular:
  - Davacı(P)
  - Sanık (D)
- Mahkemede Sanık Davacıya T ödemek durumunda
- Mahkeme masrafları
  - $C_P, C_D, C = C_P + C_D$
- Avukatın günlük maliyeti
  - $c_P, c_D, c = c_P + c_D$

1. Oyuncular değisen sırayla $\{1, 2, ..., 2n\}$ günlerinde bir anlaşma miktarı, s, teklif ederler, D'den P'ye ödenecek şekilde.
2. 2n+1 gününde mahkemeye giderler.

Varsayalım ki, oyuncular risk-kayıtsız olsunlar ve iskonto etmesinler.

Geriye doğru tümevarım

Gün...Teklifi veren...Anlaşma

2n	P	
2n-1	D	
2n-2	P	
2n-3	D	
2n-4	P	
2n-5	D	
…		
2	P	
1	D	

Grafikte bakarsak: