Grup Kuramının Tarihçesi

Toplama işlemi ile tamsayılar, çarpma işlemi ile sıfırdan farklı rasyonel sayılar birer *grup* oluşturduğundan, grup kavramının matematiğin başlangıcında var olduğu ve üzerinde çalışıldığı düşünüleblir; ancak, bu doğru değildir. Günümüzde kullanıldığı biçimiyle *grup* kavramı matematiğin değişik alanlarında zaman içinde ortaya çıkan ve üzerinde çalışılan fikirlerin soyutlanmasıyla geliştirilmiştir.

Soyut grup tanımınıın ilk kez Cayley tarafından verildiği(1854) genel kabul görmektedir. Bununla beraber, açıkça *grup* sözcüğü kullanılmasa da daha önceki pek çok matematikçinin çalışmasında grup kavramının varlığı görülmektedir.

Euler'in 1761'de modüler aritmetikte elde ettiği sonuçlar arasında, bir sonlu grubun her altgrubunun mertebesinin o grubun mertebesinin bir böleni olduğunu ifade eden Lagrange Teoremi'nin bir özel halinin kanıtı vardır. Keza bu sonuçlar arasında, grup kuramsal dilde ifade edilmemiş olsa da bir Abel grubunun herhangi bir altgrubunun eşkümelerinin o grubun bir parçalanışını oluıştурduğu ifade edilmiştir.

1801'de Gauss, Euler'in sonuçlarını geliştirerek Abel gruplarının yapısını, yine grup sözcüğünü kullanmadan, önemli ölçüde belirlemiştir. Gauss, günümüz gösterimleriyle olmasa da elemanların mertebelerini incelemiş, bu günün terimleriyle, bir devirli grubun, mertebesini bölen her sayı için o mertebeden bir altgruba sahip olduğunu kanıtlamıştır. Ayrıca, Gauss, kuadratik formları incelerken dönüşümlerden oluşan Abel grupları kullanmış, dönüşümlerin bileşimi için birleşme özelliğini kanıtlamıştır.

Soyut grup kavramının ortaya çıkmasına yol açan bir başka yaklaşım, cebirsel denklemlerin köklerinin, köklerin permütasyonları vasıtasıyla incelenmesi olmuştur. Bu doğrultudaki çalışmaları Lagrange'ın başlattığı söylenebilir(1770). Lagrange'ın çalışmalarında permütasyonlar vardır fakat permütasyonların bileşimi(çarpımı) ve dolayısıyla grup kavramı söz konusu edilmemiştir. Daha sonra(1799) Ruffini, Lagrange'ın çalışmalarını temel alarak beşinci dereceden bir denklemin köklerle çözülemeyebileceğini kanıtlamaya çalışmıştır. Ruffini, permütasyonların çarpımını ve kapalılık özelliğini ele almış, ancak açık bir grup tanımı vermemiştir.

Permütasyonlar kuramının gelişmesinde Cauchy çok önemli rol oynamıştır. Başlangıçta(1815), Cauchy de cebirsel denklemlerin köklerinin permütasyonları ile ilgilenmiş, fakat daha sonra(1844), permütasyonları genel olarak ele almış; herhangi bir permütasyonun tamsayı kuvvetleri, mertebesi, çevrim gösterimi, eşlenik permütasyon kavramlarını ortaya koymuştur. Bu arada, Abel, 1824 yılında beşinci dereceden denklemin köklerle çözülemeyebileceğini köklerin permütasyonlarını kullanarak net biçimde kanıtlamıştır, fakat onun çalışmalarında da grup kavramı açık biçimde zikredilmemiştir.

Cebirsel denklemlerin köklerle çözülebilirliğini araştırırken grup sözcüğünü ilk kullanan Galois olmuştur(1831). Galois bir cebirsel denklemin köklerle çözülebilirliğinin denklemin köklerinin permütasyonlarının grubu ile yakından ilişkili olduğunu, bu bağlamda permütasyonlar grubunun (günümüzde normal altgrup denilen) bazı özel altgrupların öneme sahip olduğunu farketmiştir. Galois'in grup sözcüğünü kullanmasına karşın grup tanımını vermediğini de belirtmeliyiz. 1846 yılında Lioville tarafından yayınlanıncaya kadar Galois'in çalışmalarından kimsenin haberi olmamıştır. Gerçi Galois çalışmalarını Fransız Bilimler Akademisi'ne sunmuştu(1832), fakat akademide Galois'in çalışmalarını incelemek üzere raportör olarak görevlendirilen Fourier'in ani ölümü ve onun yerine görevlendirilen Poisson'un çalışmayı tam anlayamaması nedeniyle bu çalışmaların öneminin anlaşılması 14 yıl gecikmiştir. Galois'in çalışmalarında grup kavramının ne denli önemli olduğu, çalışmaları yayınlayan Lioville tarafından da tam anlaşılamamıştır.

Galois'in fikirlerinin tam olarak deşifre edilip anlaşılması Bett(1851) ve Jordan(1865_70)'ın çalışmalarıyla olmuştur.

Soyut grup kavramının matematiğin temel kavramlarından biri haline gelmesinde Klein'in *Erlanger Programı*'nın etkisinden de söz etmek gerekir. Bu programda amaç, geometrilerin grup kuramsal sınıflandırılmasıydı. Daha grup kavramı ortada yokken de Möbius(1827)'un her geometrinin belli bir grup altında değişmez kalan özellikleri incelediğini farkederek geometrileri sınıflandırmaya çalıştığı bilinmektedir. Yine 1832 lerde Steiner'in ele aldığı sentetik geometri konuları bu gün dönüşüm grupları olarak bilinen grupların incelenmesinden başka bir şey değildir.

Başlangıçta, soyut grup kavramını ilk tanımlayanın Cayley olduğunun genel kabul gördüğünü belirtmiştik. Cayley'in ilk çalışmaları(1854) zamanının oldukça ilerisinde olduğundan gerekli ilgiyi görmemiştir. 24 yıl sonra(1878), Cayley konu ile ilgili 4 makale yayınladığında artık artık soyut grup kavramının matematiğin temel araştırma alanı içine girmesi için vakit gelmişti. Makalelerden birinin başlığı *Grup Kuramı* idi. Cayley'in kanıtladığı sonuçlardan biri, her grubun bir permütasyon grubuna izomorf olduğudur. Bu arada, L. Kronecker tarafından sonlu Abel gruplarının temel teoremi net olarak kanıtlanmıştır.

Cayley'den sonra Hölder, Frobenius, Netto, von Dyck, Weber, Burnside gibi matematikçiler grup kuramına katkılar yapmıştır. Yirminci ve yirmibirinci yüzyılda grup kuramında ortaya çıkan gelişmeleri araştırmayı okuyucuya bırakıyoruz.