

İçindekiler

Önsöz	ix
1 MANTIK ve MATEMATİK	1
1.1 ÇAĞLARI AŞAN MATEMATİK	1
1.1.1 Mantık tarihine kısa bir bakış	1
1.1.2 Matematiksel Mantık	3
1.1.3 20.Yüzyılda Matematiği Sarsan Düşünceler	5
1.1.4 Bilimsel Bilgi Üretimi	7
2 ÖNERMELER CEBİRİ	9
2.1 ÖNERMELER	9
2.1.1 Önerme Nedir?	9
2.1.2 Alıştırmalar	11
2.2 ÖNERMELER CEBİRİ	12
2.2.1 Dağılma Özellikleri	15
2.2.2 Uygulamalar	17
2.2.3 Bileşik Önermelerin Değillenmesi	18
2.2.4 Totoloji ve Çelişki	19
2.2.5 İse İşlemi	20
2.2.6 Uygulamalar	23
2.2.7 Ancak ve Ancak İşlemi	23
2.2.8 Önermeler Cebirinin Kuralları	25
2.2.9 Alıştırmalar	25
3 KÜME KAVRAMI	29
3.1 İLKEL KAVRAMLAR	29
3.1.1 Kümeler Kuramının Tanımsız Terimleri	29
3.1.2 Evrensel Küme	30
3.1.3 Tümleyen Küme	32
3.1.4 Nicelik Sayısı	33
3.1.5 Sonlu ve Sonsuz Kümeler	33
3.2 Kümelerin Gösterimi	34
3.2.1 Niteleme Yöntemi	34
3.2.2 Listeleme Yöntemi	34
3.2.3 Venn Diyagramı	34

4	Açık Önermeler	35
4.1	ÖNERME FONKSİYONLARI	35
4.1.1	Evrensel Belirteç	35
4.1.2	Varlık Belirtici	36
4.1.3	Nicelemelerin Değillenmesi	36
4.1.4	İki Değişkenli Önerme Fonksiyonları	37
4.2	ALİŞTIRMALAR	40
5	KÜMELER CEBİRİ	41
5.1	TEMEL KAVRAMLAR	41
5.2	KÜMELER ÜZERİNDE İŞLEMLER	43
5.3	KÜMELER CEBİRİ	44
5.4	ALİŞTIRMALAR	48
6	BAĞINTILAR	49
6.1	KARTEZYEN ÇARPIM	50
6.1.1	Kartezyen Çarpımların Gösterimi	51
6.2	ANALİTİK DÜZLEM	53
6.2.1	Uygulamalar	54
6.3	BAĞINTILAR	56
6.3.1	Bağıntıların Gösterimi	57
6.3.2	Ters Bağıntı	57
6.3.3	Uygulamalar	58
6.4	BAĞINTI TÜRLERİ	58
6.4.1	Alıştırmalar	61
7	KÜME AİLELERİ	65
7.1	DAMGALANMIŞ KÜMELER	65
7.1.1	Kümeler Ailesinin Bileşimi	65
7.1.2	Kümeler Ailesinin Arakesiti	66
7.1.3	Ayrık Aile	66
7.1.4	Kuvvet Kümesi	67
7.1.5	Alt Aile	67
7.1.6	Bir Kümenin Ayrışımı	67
7.1.7	Bir Kümenin Örtüsü	68
7.2	PROBLEMLER	70
7.3	KÜME DİZİLERİ	71
7.4	PROBLEMLER	74
8	DENKLİK BAĞINTILARI	75
8.1	DENKLİK BAĞINTISI	75
8.1.1	Eşitlik Kavramının Genelleşmesi	75
8.2	Denklik Sınıfları	75
8.3	ALİŞTIRMALAR	81

9 SIRALAMA BAĞINTILARI	83
9.1 TİKEL SIRALAMA BAĞINTISI	83
9.2 SINIRLAR	85
9.2.1 infimum ve supremum	86
9.2.2 Minimal ve Maksimal Öğeler	87
9.2.3 Maksimum ve Minimum	87
9.3 TÜMEL (TAM) SIRALAMA BAĞINTISI	87
9.4 İYİ SIRALAMA	88
9.5 ALIŞTIRMALAR	91
10 FONKSİYONLAR	93
10.1 FONKSİYON KAVRAMI	93
10.1.1 Temel Kavramlar	93
10.1.2 Fonksiyonun Grafiği	94
10.1.3 Uygulamalar	96
10.2 FONKSİYON TURLERİ	98
10.3 ALIŞTIRMALAR	102
11 İŞLEM	105
11.1 İŞLEM KAVRAMI	105
11.1.1 Birli İşlemler	105
11.1.2 İkili İşlemler	105
11.1.3 n -li İşlemler	106
11.2 İŞLEMLERİN ÖZELİKLERİ	106
11.3 Birim Öğeler	108
11.4 Ters Öğeler	109
11.4.1 Çözümlü Örnekler	110
11.5 ALIŞTIRMALAR	115
11.6 MODULAR ARİTMETİK	116
11.6.1 Farklı Bir Aritmetik	116
11.7 BÖLÜNEBİLME KURALLARI	125
11.8 ALIŞTIRMALAR	129
12 FONKSİYONLARLA YAPILAN İŞLER	131
12.1 BİLEŞKE	131
12.1.1 Bileşke İşleminin Özellikleri	132
12.2 TERS FONKSİYON	134
12.3 KÜMELER AİLESİ	136
12.3.1 Kümeler Ailesinin Kartezyen Çarpımı	136
12.3.2 İzdüşüm	137
12.3.3 Çözülmüş Örnekler	138
12.4 ALIŞTIRMALAR	141

13 MATEMATİKSEL YAPILAR	145
13.1 YAPI KAVRAMI	145
13.2 YAPI TÜRLERİ	146
13.2.1 Cebirsel Yapılar	146
13.2.2 Sıra Yapıları	150
13.2.3 PROBLEMLER	150
13.3 YAPI KORUYAN DÖNÜŞÜMLER	151
13.3.1 Sıra Koruyan Dönüşümler	152
13.3.2 Eşsıralılık	152
13.4 Problemler	154
14 DOĞAL SAYILARDA ARİTMETİK	155
14.1 DOĞAL SAYILAR	155
14.1.1 Sonlu ve Sonsuz Kümeler	156
14.2 ARİTMETİK	157
14.2.1 Doğal sayılarda Eşitlik	157
14.2.2 Toplama	158
14.2.3 Çarpma	159
14.2.4 Çarpımın (Faktöryel)	161
14.2.5 Uygulamalar	162
14.2.6 Üs (Kuvvet) Alma	163
14.2.7 Doğal Sayılarda Sıralama	165
14.2.8 Çıkarma	166
14.2.9 Uygulamalar	166
14.2.10 Bölme	166
14.2.11 Uygulamalar	167
14.3 ASAL SAYILAR	168
15 DOĞAL SAYILAR	171
15.1 DOĞAL SAYILARIN KURULUŞU	171
15.1.1 Sonsuzluk Aksiyomu	173
15.1.2 Doğal Sayı	174
15.1.3 Problemler	174
15.2 DOĞAL SAYILARIN ÖZELİKLERİ	174
15.2.1 Sonlu Tümevarım İlkesi	174
15.2.2 Peano Aksiyomları	176
15.2.3 Problemler	176
15.3 DOĞAL SAYILARIN SIRALANMASI	177
15.4 TAMSAYILAR	179
15.4.1 Tamsayıların Kuruluşu	179
15.4.2 Tamsayıların Özellikleri	180
15.5 RASYONEL SAYILAR	181
15.5.1 İyi Tanımlılık	182

16 SONSUZUN ÖYKÜSÜ	183
16.1 ZENO'NUN KAPLUMBAĞASI	183
16.2 HAREKET YOK MU?	183
16.3 SONSUZLUK	183
16.4 OLAĞANÜSTÜ OTEL	184
17 SAYILABİLİR KÜMELER	195
17.1 EŞGÜÇLÜ KÜMELER	195
17.1.1 Schröder-Bernstein Teoremi	197
17.2 SONLU ve SONSUZ KÜMELER	199
17.3 SAYILABİLİR KÜMELER	200
17.4 GERÇEL SAYILAR	205
17.4.1 Dedekind Kesimi	205
17.5 PROBLEMLER	206
18 SAYILAMAYAN SONSUZ KÜMELER	207
18.1 SAYILAMAZ KÜMELER	207
18.1.1 Bütün Parçasına Eşit mi?	209
18.1.2 Görüyorum, ama inanmıyorum!	210
18.1.3 Sürey Hipotezi	211
18.2 PROBLEMLER	214
18.3 TEMEL ÖZELİKLER	214
18.3.1 Birleşim Fonksiyon	214
18.4 ALIŞTIRMA	223
19 NİCELİK SAYILARI	225
19.1 GİRİŞ	225
19.2 NİCELİK SAYILARI AKSİYOMU	225
19.2.1 Nicelik Sayılarının Varlığı	226
19.3 NİCELİK SAYILARININ ARİTMETİĞİ	226
19.3.1 Nicelik Sayılarının Toplamı	226
19.3.2 Toplamanın İyi Tanımlılığı	226
19.3.3 Nicelik Sayılarının Çarpımı	228
19.3.4 Çarpmanın İyi Tanımlılığı	228
19.3.5 Nicelik Sayılarında Üs Alma	228
19.3.6 Üs Almanın İyi Tanımlılığı	229
19.4 ÖNEMLİ NİCELİK SAYILARI	229
19.4.1 Doğal sayılar	229
19.4.2 Alef Sıfır	230
19.4.3 Alef Bir (Sürey)	230
19.5 NİCELİK SAYILARININ SIRALANMASI	230
19.6 SONSUZ TOPLAMLAR VE SONSUZ ÇARPIMLAR	232
19.7 ÇÖZÜLMÜŞ PROBLEMLER	234
19.8 PROBLEMLER	237

20 SIRA SAYILARI	239
20.1 GİRİŞ	239
20.2 İYİ SIRALANMIŞ KÜMELER	240
20.3 SONLU ÖTESİ TÜME VARIM İLKESİ	241
20.4 EŞSIRALI KÜMELER	241
20.4.1 PROBLEMLER	243
20.5 SIRA SAYILARI	243
20.5.1 Bölüksel Küme	244
20.6 SIRA SAYILARININ KARŞILAŞTIRILMASI	247
20.7 SIRA SAYILARININ ARİTMETİĞİ	248
20.7.1 Sıra sayılarının Toplamı	249
20.7.2 Sıra sayılarının Çarpımı	249
20.7.3 Sıra sayılarında Üs Alma	250
20.8 BÜTÜN SIRA SAYILARIN SINIFI	250
20.8.1 PROBLEMLER	250
21 AKSİYOMLAR VE PARADOKSLAR	251
21.1 KÜMELERİN AKSİYOMATİK YAPISI	251
21.1.1 Russel Paradoksu	252
21.2 RUSSEL YÖNTEMİ	252
21.3 ZERMELO YÖNTEMİ	252
21.3.1 Zermelo-Fraenkel Aksiyomları	253
21.4 PARADOKSLAR	254
21.4.1 Cantor Paradoksu	254
21.4.2 Russel Paradoksu	254
21.4.3 Burali-Forti paradoksu	255
21.4.4 Bütün Nicelik Sayılarının Kümesi	255
21.5 OKUMA PARÇALARI	255
22 SEÇME AKSİYOMU	257
22.1 GİRİŞ	257
22.2 SEÇME AKSİYOMU BAĞIMSIZDIR	258
22.3 SABİT NOKTA TEOREMİ	258
22.4 SA ve EŞDEĞERLERİ	261