15.433 YATIRIM

Ders 10: Hisse Senedi Opsiyonları

Bölüm 1: Fiyatlama

Bahar 2003

SPX S&P 500 Endeksi Opsiyonları

S&P 500 endeksi, geniş bir endüstri yelpazesinden alınan 500 hisse senedinin kapitalizasyon ağırlıklı olarak hesaplandığı endekstir. Bileşen hisse senetleri, işlem gören hisselerinin toplam piyasa değerine göre ağırlıklandırılır. Bir bileşenin fiyatındaki değişiklik, onun hisse senedi fiyatıyla işlem gören hisse senedi sayısının çarpılması sonucu hesaplanan toplam piyasa fiyatıyla orantılıdır. Bunlar, 500 hisse senedinin tamamı için toplanır ve daha önceden belirlenen bir baz değerine bölünür. SP endeksinin baz değeri birleşme ve devralmalar, hisse senedi hakları, ikameler vb. durumlar sonucunda kapitalizasyondaki değişiklikleri yansıtacak şekilde düzeltilir.

Çarpan: $100

Kullanım fiyatı aralığı: 5 puan, sonraki aylar için 25 puanlık aralıklar.

Kullanım fiyatı: Kullanım fiyatları başlangıçta listelenir. En yüksek ya da en düşük kullanım fiyatları mevcut olduğunda yeni seriler eklenir.

Primli kotasyon: Ondalık olarak ifade edilir. 1 puan $100'a eşittir. 3.00 puanın altından işlem gören opsiyonlar için minimum oran 0.05 ($5) ve diğer seriler için 0.10 ($10) dır.

Vade sonu: Vade ayının 3. Cumasını takip eden Cumartesi günüdür.

Vade ayı: Çeyrek dönemler itibariyle Mart, Haziran, Eylül ve Aralık aylarıyla onları takip eden üç ay.

Opsiyon tipi: Avrupa tipi opsiyon sadece vadeden önceki son işgünü gerçekleştirilebilir.

Opsiyonun ödeme değeri (SET): Opsiyonun ödeme değeri, SET, birincil piyasadaki herbir bileşenin vadeden önceki son işgünündeki (genelde Cuma günü) açılış fiyatları kullanılarak hesaplanır. Eğer bir hisse senedi, SET'in hesaplandığı gün işlem görmemişse, SET hesaplanırken rapor edilen en son satış fiyatı kullanılır. Opsiyon ödeme miktarı, opsiyonun ödeme değeri ve opsiyonun kullanım fiyatı arasındaki farkın $100 ile çarpılmasına eşittir. Opsiyon vade bitiminden sonraki iş gününde kullanılır.

Pozisyon ve kullanım limitleri: Pozisyon ve kullanım limitleri yoktur. SPX'de kapanışta kendi hesabına veya müşteri hesabına 100.000'den fazla opsiyon sözleşmesi bulunan her üye ve üye kuruluş Piyasa Düzenleme Kurulu'na bazı bilgileri raporlamak zorundadır. Üye, pozisyonun finansal risklere karşı korunup korunmadığı (hedge), korunuyorsa nasıl korunduğu konusunda bilgi vermelidir. Bir hesap yukarıda bahsedilen eşiği geçtiği zaman bir rapor düzenlenmelidir. Bundan sonra, opsiyon sözleşme sayısındaki her 25.000'lik artış için bir rapor düzenlenmelidir. Opsiyon sözleşme sayılarındaki düşüşlerin bildirilmesine gerek yoktur. Fakat finansal riskten korunma ile ilgili herhangi önemli bir değişiklik varsa raporlanmalıdır.

Marjin: Vade bitimine 9 ay ve 9 aydan az bir süre kalan alım ve satım opsiyonlarının tamamı nakit olarak ödenmelidir. Korunmasız alım (call) ve satım (put) opsiyonları için 100CUSIP tutmaları ya da yatırmaları gerekmektedir.

Sayı: 648815

Son İşgünü: SPX opsiyonları opsiyonun ödeme değerinin hesaplandığı günden hemen önceki (genelde Perşembe) güne kadar işlem görür.

İşlem saatleri: 8:30-3:15 (Şikago saati)

Hisse Senedi Opsiyonları: Temel Özellikler

Avrupa stili alım opsiyonu, sözleşmeye konu olan varlığın daha önce belirlenmiş bir fiyatta, K, gelecekte belirli bir tarihte, T, alınması hakkıdır:

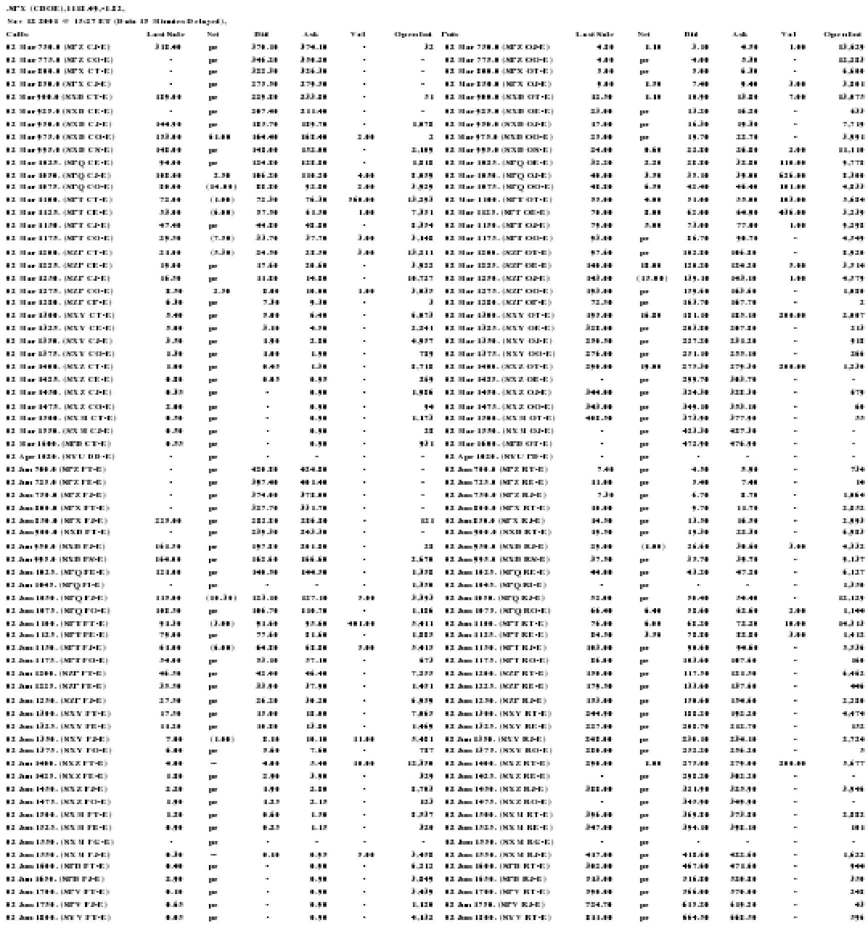
- Sıfır zamanında (bugün), C öde.
- T zamanında (vadede), opsiyonu kullan ve $(S_T - K)+$ al.

Satım opsiyonu, sözleşmeye konu olan varlığın daha önce belirlenmiş bir fiyatta, K, gelecekte belirli bir tarihte, T, satılması hakkıdır:

- Sıfır zamanında (bugün), P öde.
- T zamanında (vadede), opsiyonu kullan ve $(K - S_T)+$ al.

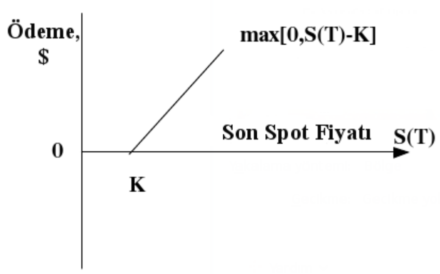
Çoğu endeks opsiyonları Avrupa sitilidir (örneğin SPX, QEX, NDX). Bireysel hisse senetleri opsiyonlarının tamamı Amerikan sitilidir, vade bitiminden önce opsiyon hakkının kullanılmasına izin verir.

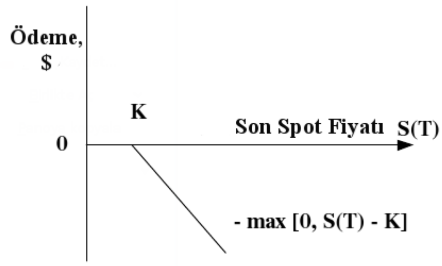
S&P Opsiyonları



Şekil 2: Kaynak: www.cboe.com

Alım Opsiyonunun Değeri

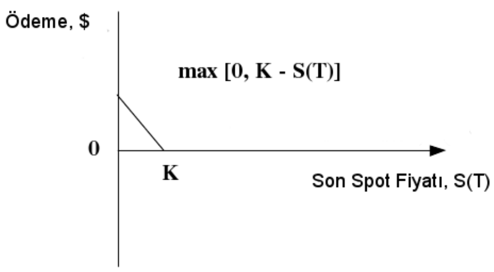


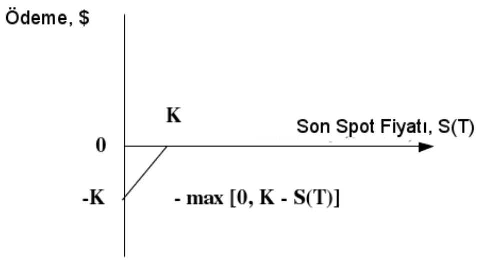


Şekil 3: Uzun pozisyonlu alım opsiyonunun vadedeki değeri

Şekil 4: Kısa pozisyonlu alım opsiyonunun vadedeki değeri

Kısa pozisyonlu alım opsiyonunun getirisinin aşağıda sınırı olmadığına dikkat edin





Şekil 5: Uzun pozisyonlu satım opsiyonunun vadedeki değeri

Şekil 3: Kısa pozisyonlu satım opsiyonunun vadedeki değeri

Böylece, hisse senedi fiyatı, S, hakkında kesin emin değilseniz fakat karamsarsanız, yani hisse senedi fiyatının vade bitiminde kullanım fiyatı K'nın altına düşeceğine inanıyorsanız bir satım opsiyonu alabilirsiniz.

Uzun pozisyonlu satım opsiyonunun getirisinin K'nın üzerinde sınırlı olduğuna dikkat edin.

Opsiyon Fiyatlama

Sözleşmeye konu olan hisse senedinin temettü ödemediğini varsayalım:

$$r_T = ln\left(S_T\right) - ln\left(S_O\right) \tag{1}$$

veya

$$S_0 = E\left(e^{-r_{i,T}} \cdot S_T\right) \tag{2}$$

T zamanında $(S_T - K)+$ ödeyen bir alım opsiyonunun değeri:

$$C_0 = E\left(e^{-r_{i,T}} \cdot \left(S_T - K\right)^+\right) \tag{3}$$

CAPM'e dayanarak, yukarıdaki değerlendirmenin temsili yatırımcının riskten kaçınma katsayısına, A bağlı olduğunu biliyoruz. Örneğin, işleme konu olan varlık piyasa portföyüyse, o zaman:

$$E\left(r_T\right) - r_f = \bar{A} \cdot var\left(r_T\right) \tag{4}$$

Soru: Nasıl değerlendireceğiz?

$$C_0 = E\left(e^{-r_{i,T}} \cdot \left(S_T - K\right)^+\right) \tag{5}$$

Tek Dönemli Binom Değerlendirme Problemi

Diyelim ki kullanım değeri \$50 olan bir Avrupa opsiyonunun vadesi 1 yıl (t=1). Yıllık risksiz oran bileşik olarak %25, böylece risksiz oranla yatırılan \$1 bir yıl içinde \$1.25 oluyor. Opsiyona konu olan hisse senedi temettü ödemiyor ve bugünkü fiyatı olan \$40 yıl içinde ya iki katına çıkacak ya da yarıya inecek. Friksiyonsuz ve arbitrajın olmadığı bir piyasa varsayımı altında, alım opsiyonunun bugünkü, C_0 fiyatı ne olmalıdır?

- Alım opsiyonun kullanım değeri= K= \$50
- Yatırım dönemi için risksiz faiz= R (1)= 1.25
- Tahvil birim fiyatı= B(0,1)=$\frac{1}{1.25}$ = 0.80\$
- Yatırım döneminin başında hisse senedi fiyatı= S_0= \$40
- Hisse senedinin üst getirisi= U= 2
- Hisse senedinin alt getirisi= D=$\frac{1}{2}$
- Hisse senedinin üst getirisi verildiğinde dönem sonunda alım opsiyonunun değeri $C_U = max[0, S_0.U - K)$=\$30
- Hisse senedinin alt getirisi verildiğinde dönem sonunda alım opsiyonunun değeri $C_U = max[0, S_0.D - K)$=\$0
- Dönem başında alım opsiyonunun değeri nedir?= C_0 =? (Cevap: \$12. Bir sonraki bölümde bu fiyatın nasıl bulunduğunu açıklayacağız).

Ödemeleri Ölçmek

Opsiyona konu olan hisse senedinden m_0 adet ve risksiz varlığa yatırılan B_0 dolardan oluşan bir portföy ele alalım. Portföyü sıfır zamanında oluşturduğunuzu varsayın. Hisse senedi fiyatının artıp azalmasına bağlı olarak portföy vade sonunda iki değere sahip olabilir:

$$\textbf{\textit{Üst Sınır}} \quad : m_0 \cdot 80 + B_0 \cdot 1.25 \tag{6}$$

$$\textbf{\textit{Alt Sınır}} \quad : m_0 \cdot 20 + B_0 \cdot 1.25 \tag{7}$$

Benzer şekilde, alım opsiyonunun da iki değeri vardır:

Üst sınır: 30 veya alt sınır: 0

Hisse senedi sayısını, m_0, ve risksiz varlığa yatırılan miktarı seçebiliriz, böylece hisse senedi-tahvil portföyü bir sene sonra alım opsiyonunun değerine eşit olur:

1. $m_0 \cdot 80 + B_0 \cdot 1.25 = 30$
2. $m_0 \cdot 20 + B_0 \cdot 1.25 = 0$

(2)'yi (1)'den çıkararak m_0'ı elde ederiz:

$$m_0 = \frac{30 - 0}{80 - 20} = \frac{1}{2} \tag{8}$$

m_0'ı (1) ya da (2)'de yerine koyduğumuzda, $B_0 = -8\$$ elde ederiz. Buradaki negatif işareti, risksiz oranda \$8 borçlanmamız gerektiğini ifade eder.

Değerleme

Hisse senedinden $\frac{1}{2}$ oranında daha az almak ve risksiz varlıktan \$8'lık satmak getiriyi artırdığı için, arbitrajdan kaçınmak için alım opsiyonunun bugünkü fiyatının getiriyi artırmanın maliyetine eşit olması gerekir. Böylece, bugünkü alım opsiyonu değeri: $V(0) = \frac{1}{2}.\$40 - \$8$ olur.

Açıklamalar:

- Gerekli hisse senedi sayısı, $m_0 = \frac{1}{2}$, bir sonraki yılın alım opsiyonlarının değerlerinin farkıdır ve bir sonraki yılın hisse senedi fiyatlarının farkı olarak ifade edilir.
$$m_0 = \frac{30 - 0}{80 - 20} = \frac{1}{2} \tag{9}$$
- Bir Avrupa stili opsiyon için gerekli olan hisse senedi sayısı her zaman 0 ve 1 arasındadır. Alım değerlerini hisse senedi fiyatlarının karşısında çizdiğimiz grafikte, gerekli olan hisse senedi sayısı bu grafiğin eğimidir. Bu nedenle, gerekli olan hisse senedi sayısı alım opsiyonunun deltası olarak adlandırılır. Delta, alım opsiyonunun fiyatının hisse senedi fiyatındaki değişikliklere karşı hassasiyetini gösterir. Finansal riskten korunmak için önemli bir parametredir. Risksiz varlığa yatırılan miktar negatiftir. Sonuç olarak, risksiz tahvil açığa satılmalıdır. Açığa satış borçlanma ile aynı anlama gelir. Dönem sonunda ödenecek olan miktar, ($B_0 \cdot 1.25$)=\$10'dır.
- Bu yaklaşım, getirisi hisse senedinin fiyatına bağlı olan her tür alacağın değerini hesaplamak için binom çerçevesinde kullanılabilir.
- Olasılıkların, (q ve 1-q), bu modele hiç dahil edilmediğine dikkat edin. Bu yüzden, sonuçların olasılığı hakkında aynı fikirde olmayan ama sonuçlar hakkında (yani U ve D) aynı fikirde olan 2 yatırımcı, işlem gören opsiyonun bugünkü değerinin 12 olacağı konusunda hemfikirdir.
- Hisse senedinin sadece iki değer alabileceğini varsaydığımız için, opsiyonun değerini yeniden hesaplamak için iki varlığa ihtiyacımız var. Herhangi bir belirsizlik (örneğin, stokastik faiz oranları) modele ekstra varlıkların dahil edilmesini gerektirecektir.

Opsiyon Fiyatlaması ve Fisher Black

"Sermaye Varlık Fiyatlama Modelini hayatın her noktasında, mümkün olan her hisse senedi ve hisse senedi alma hakkı veren finansal araç (warrant) için uyguladım...Diferansiyel denkleme aylarca baktım. Beni çıkmaza götüren yüzlerce saçma hata yaptım. Hiçbiri işe yaramadı...

Hesaplamalar gösterdi ki, warrant değeri hisse senedinin veya başka bir varlığın beklenen değerine bağlı değil. Bu beni çok etkiledi.

[Sonra ekliyor:] Sonra, Myron-Scholes ile birlikte çalışmaya başladım".

Riske Duyarsız Fiyatlama

Black'in gerçeklerden çok da uzakta olmadığı ortaya çıktı!

- İki yatırımcı olduğunu varsayalım: Biri riske duyarsız (A=0), ve biri de riskten kaçıyor ($A > 0$).
- Her iki yatırımcının da söz konusu hisse senedi için piyasa fiyatını, S_0 ödemeye istekli olduklarını varsayalım.

  Fakat bu yatırımcılar için gerekli olan getiri oranı farklıdır:

  - Riske duyarsız yatırımcı için, getiri risksiz orana, r_f eşit.

  - Riskten kaçınan yatırımcı için, getiri risksiz oranın pozitif risk primiyle toplanmasına eşit.
- Eğer S_0 üzerinde anlaşmışlarsa, alım opsiyonu için C_0 üzerinde de anlaşırlar. Bu doğruysa, C_0'ı elde etmenin en kolay yolu riske duyarsız yatırımcının fiyatlamayı yapmasına izin vermektir. Böylece, "riske duyarsız fiyatlama" terimi ortaya çıkar.

Önemli bir varsayım: Risk iştahlarına bağlı olmaksızın bütün yatırımcılar cari hisse senedi fiyatı üzerinde, S_0, anlaşırlar.

Riske Duyarsız Değerleme

Riske duyarsız değerleme, yatırımcılar riskten kaçındığı durumda opsiyonları kolayca değerlendirmek için kullanılan bir yoldur. Bütün yatırımcıları riske duyarsız kabul eden bir model değildir. Daha önce çalıştığımız Binom modelinin, spot fiyatı için friksiyonsuz ve arbitrajsız bir piyasa, Avrupa stili opsiyon, sabit risksiz oran, ve çoklu binom süreci varsaydığını hatırlayalım. Avrupa stili alım ve satım opsiyonlarını yatırımcıların tercihleri veya iniş-çıkışlara yönelik beklentileri hakkında bir bilgiye sahip olmadan değerleyebilmiştik. Buna, opsiyon çoğaltma tekniğiyle değerleme denir. Yatırımcıların tercihlerini dikkate almadan aynı değeri elde ettiğimize göre, hesaplamalarımızda yardımcı olması için yatırımcıların riske duyarsız olduğunu varsayabiliriz. Bu durumda, beklenen getiri, risksiz oran, r_f' dir. π hisse senedi fiyatındaki artışın riske duyarsız olasılığını göstersin. Bu durumda:

$$S_t = \frac{1}{r_f} \cdot [\pi \cdot S_t \cdot U + (1-\pi) \cdot S_t \cdot D] \tag{10}$$

bu, aşağıdakini ifade eder:

$$\pi \cdot U + (1-\pi) \cdot D = r_f \tag{11}$$

veya

$$\pi = \frac{r_f - D}{U - D} \tag{12}$$

Riske duyarsız olma varsayımı altında, bir dönemlik beklenen getiri:

$$c_1^+ = (1-\pi) \cdot c_1^- \tag{13}$$

burada şunları hatırlayın:

$\mathrm{c}_1^+ = max[0, \mathrm{S}_1^+ - K]$ hisse senedi değer kazandığı zaman opsiyonun değeri.

$\mathrm{c}_1^- = max[0, \mathrm{S}_1^- - K]$ hisse senedi değer kaybettiği zaman opsiyonun değeri.

$\pi = \frac{r_f - D}{U - D}$, değer artışının riske duyarsız olasılığını verir, ve opsiyonun beklenen değerinin riksiz orana eşitlenmesiyle bulunur.

Riske duyarsız dünyada, bir opsiyonun beklenen getirisi aynı zamanda risksiz orandır. Sonuç olarak, başlangıçtaki alım opsiyonunun değeri,c_0, yukarıda verilen beklenen getirinin risksiz oran r_f'de iskonto edilmesiyle bulunur.

$$c_0 = r_f^{-1} \cdot \left[\pi \cdot c_1^+ + (1-\pi) \cdot c_1^-\right] \tag{14}$$

Riske duyarsız değerlemenin işe yaramasının sebebi, opsiyon çoğaltma tekniğiyle değerleme yapılmasıdır. Aynı yaklaşım, satış opsiyonları ve çoklu dönemler için de kullanılabilir. Riske duyarsız değerleme opsiyon fiyatlarının çok kolay hesaplanmasına izin verir. Böylece, riske duyarsız değerleme, değerleme problemini basitleştirmiş olur (çoklu dönemlerde çok kullanışsız olan opsiyon çoğaltma tekniğiyle değerleme yöntemine göre). Ayrıca, opsiyon değerleri bilindikten sonra çoğaltılan portföyün değeri kolayca hesaplanabilir. Riske duyarsız olasılıkları kullanarak, π ve $1-\pi$, herşeyi çoğaltabilir ve fiyatlandırabiliriz. Örneğin, spot fiyatı arttığında X_U, düştüğünde X_D ödeyecek olan koşullu yükümlülüğü çoğaltmak için, koşullu yükümlülüğün bugünkü fiyatını hesaplamak için riske duyarsız değerleme kullanırız.

$$r_f^{-1} \cdot [\pi \cdot X_U + (1-\pi) \cdot X_D] \tag{15}$$

bu, riske duyarsızlık durumunda iskonto edilmiş beklenen getiri olarak yorumlanır. Örneğin; tek dönemlik alım opsiyonları için şunu hatılayın (bir önceki sayfaya bakınız):

$$c_0 = r_f^{-1} \cdot \left[\pi \cdot c_1^+ + (1-\pi) \cdot c_1^-\right] \tag{16}$$

burada $X_U = \mathrm{C}_1^+$ ve $X_D = \mathrm{C}_1^-$.

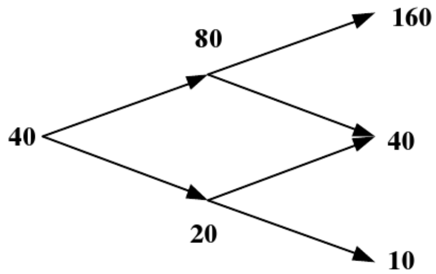
Eğer X_U ve X_D'yi sonraki dönemlerdeki opsiyon değeri olarak düşünürsek, daha sonra gösterileceği gibi çoklu dönemlerde değerleme yapmak için gerekli reçeteyi elde etmiş oluruz. Not: Riske duyarsız olasılıklar, π ve $1-\pi$, genelde martingale olasılıklar olarak da adlandırılır.

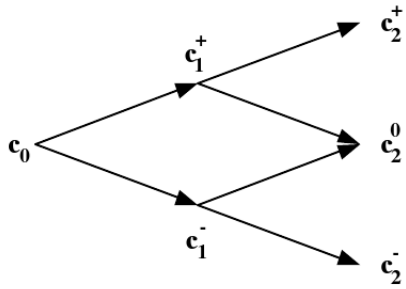
İki Dönemli Örnek

$T = 2, S_0 = 40, U = 2, D = \frac{1}{2}, r_f = \frac{5}{4}, K = 50$ ise hisse senedi fiyatındaki ani bir artışın riske duyarsız olasılığı nedir?

$$\pi = \frac{r_f - D}{U - D} = \frac{\frac{5}{4} - \frac{1}{2}}{2 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \tag{17}$$

Herbir dönemde alım opsiyonunun değerini yeniden hesaplamak için riske duyarsız değerleme yöntemini kullanın. Ayrıca, opsiyonun her dönemdeki değerini hesaplamak için hisse senedi sayısını ve borç verilen miktarı belirtin. Cevaplarınızı tekrar (replikasyon) metoduyla elde edilen cevaplarla karşılaştırın (Üçüncü bölümdeki iki dönemlik örneğe bakınız).





Şekil 7: İki dönemli binom ağacı, alım opsiyonu

Şekil 8: İki dönemli binom ağacı, alım opsiyonu

Cevap: $\mathrm{C}_2^+ = max[0, 160 - 50] = \$110$, $\mathrm{C}_2^0 = \mathrm{C}_2^- = \$0$ olduğuna dikkat edin.

$$\begin{aligned} c_1^+ &= \frac{1}{r_f} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 110 + \frac{1}{2} \cdot 0\right] && (18) \\ c_1^- &= 0 && (19) \\ c_0 &= \frac{1}{r_f} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot c_1^+ + \frac{1}{2} \cdot c_1^-\right] && (20) \\ & && (21) \end{aligned}$$

Alım opsiyonunun Delta'sı ve herbir dönemde borç verilen tutar:

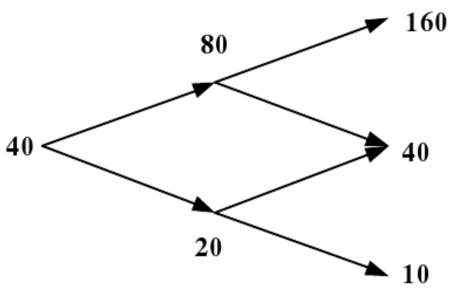
$$m_1^+ = \frac{c_2^+ - c_2^0}{S_2^+ - S_2^0} = \frac{11}{12} \tag{22}$$

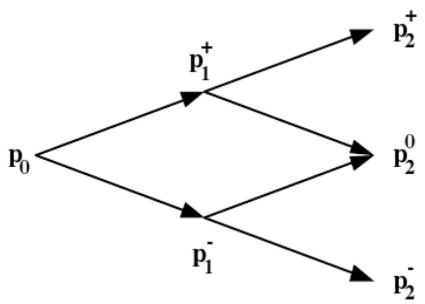
$$B_1^+ = \frac{c_2^+ S_2^0 - c_2^0 S_2^+}{r_f \left[S_2^+ - S_2^0\right]} = -29\frac{1}{3} \tag{23}$$

$$m_0 = \frac{c_1^+ - c_1^0}{S_1^+ - S_1^0} = \frac{11}{15} \tag{24}$$

$$B_0 = \frac{c_1^+ S_1^0 - c_1^0 S_1^+}{r_f \left[S_1^+ - S_1^0\right]} = -11\frac{11}{15} \tag{25}$$

Satım opsiyonunun değerini hesaplamak için riske duyarsız değerleme yöntemini kullanın. Ayrıca, opsiyonun her dönemdeki değerini yeniden hesaplamak için hisse senedi sayısını ve borç verilen miktarı belirtin.





Şekil 9: İki dönemli binom ağacı, satım opsiyonu

Şekil 10: İki dönemli binom ağacı, satım opsiyonu

Cevap: $\mathrm{p}_2^- = max[0, 50 - 10] = \$40$, $\mathrm{p}_2^0 = max[0, 50 - 40] = \$10$ ve $\mathrm{p}_2^+ = 0$ olduğuna dikkat edin.

Sonuç olarak,

$$p_1^+ = \frac{1}{r_f} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 0\right] = \$4 \tag{26}$$

$$p_1^- = \frac{1}{r_f} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 40\right] = \$20 \tag{27}$$

$$p_0 = \frac{1}{r_f} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot p_1^+ + \frac{1}{2} \cdot p_1^-\right] = \$9.60 \tag{28}$$

Alım-satım paritesini kullanarak bulduğumuz cevapların doğru olup olmadığını kontrol edebiliriz. $p_0 + S_0 = c_0 + K \cdot B(0, 2)$ olduğunu hatırlayın.

$$
\begin{aligned}
\textit{sol taraf} &= p_0 + S_0 = 9.60 + \ \ 40 = \$49.60. \\
\textit{sağ taraf} &= c_0 + K \cdot B(0,2) = \$17.60 + \$32 = \$49.60.
\end{aligned}
$$

Önsezi nedir?

İşleme konu olan hisse senediyle ilgili sadece tek bir belirsizlik varsa, rassal şokların etkisi hisse senedi fiyatına tamamıyla yansır.

Böyle bir durumda, opsiyon gereksiz hale gelir.

Yatırımcılar riskten kaçarlar: Yatırımcılar hisse senedi fiyatlarındaki sistematik rassal dalgalanmalardan endişe ederler. Bu korku, yatırımcılar menkul kıymetleri değerlendirirken tamamıyle açığa çıkar.

Opsiyonları fiyatlamada, yatırımcılar risk ve ödül hakkında rahat bir aşamadadırlar. Bu aşamada gereksiz olan opsiyonlar risk ve ödül hakkında ekstra bilgi sunmazlar.

Yatırımcıların riske duyarsız olduklarına dair bir varsayım yoktur. Riske duyarsız fiyatlama opsiyon fiyatlamasını basitleştirmek için kullanılan bir yoldur.

Varsayımlar

1. Sabit risksiz borç alma ve borç verme oranı, r_f.

2. İşleme konu olan varlık, işlem maliyeti, açığa satış kısıtları, vergiler olmadan sürekli olarak alınıp satılabilir.

3. Temettü ödenmediğini varsayıyoruz ama bu varsayım kaldırılabilir.

4. İşleme konu olan varlığın fiyatı Geometrik Brownian Hareketini takip eder:

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu \cdot dt + \sigma \cdot dB_t \tag{29}$$

Bu model, 9. bölümde bahsettiğimiz rassal yürüyüş modelinin sürekli zaman versiyonudur. Burada ΔB_t, sıfır ortalama ve Δt varyans ile normal dağılmaktadır.

Black Scholes Formülü

Vadesi T dönemi olan Avrupa stili bir alım opsiyonunu, K ele alalım:

$$C_0 = S_0 \cdot N\left(d_1\right) - e^{-rT} K N\left(d_2\right) \tag{30}$$

burada

$$d_1 = \frac{ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r_f + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot T}{\sigma \cdot \sqrt{T}} \tag{31}$$

$$d_2 = \frac{ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r_f - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot T}{\sigma \cdot \sqrt{T}} \tag{32}$$

ve burada

- S_0 hisse senedinin başlangıçtaki fiyatı.
- σ hisse senedinin oynaklığı.
- r_f risksiz orandır.

$N(d_x)$ standart normal dağılım çıktısının d'den küçük olma ihtimalini verir.

Alım/Satım Paritesi

$$c - p = S_t^z - K \cdot B\,(t, T) \tag{33}$$

$$= max\,[0, S_t^z - K \cdot B\,(t, T)] - max\,[0, K \cdot B(t, T) - S_t^z]\,. \tag{34}$$

$$\boxed{c - p = S - e^{-r(T-T)} \cdot K \quad \textit{satım-alım paritesi}}$$

Alım opsiyonunun değeri eksi satım opsiyonunun değeri, hisse senedinin değeri eksi K'ya eşittir.

İki çeşit yatırıma sahibiz:

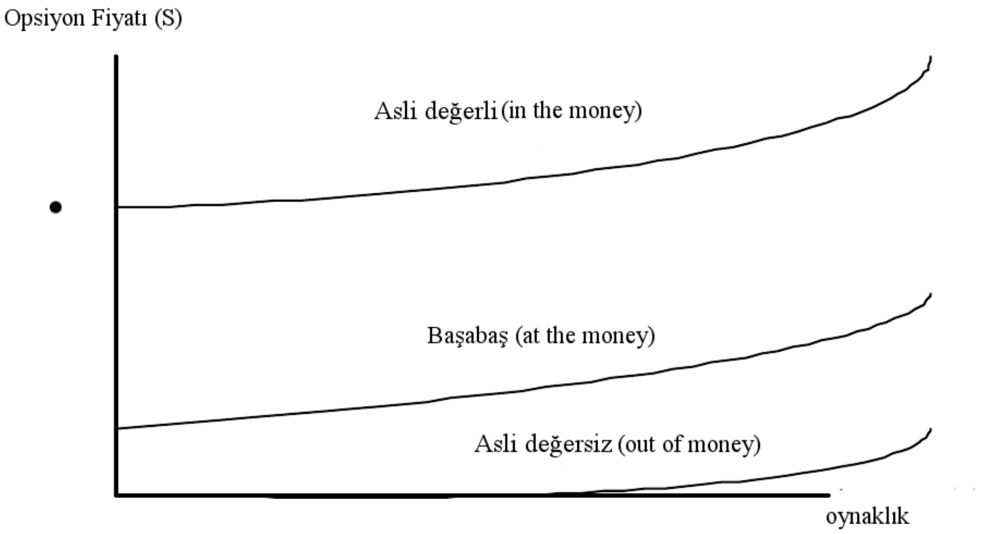
1. Alım opsiyonunu al ve satım opsiyonunu sat. Değeri: $c - p$

2. Açıktan hisse senedi al ve vadesi T, değeri K olan risksiz, sıfır-kuponlu (kuponsuz) tahvili sat. Değeri: $S - e^{-r(T-t)} \cdot K$

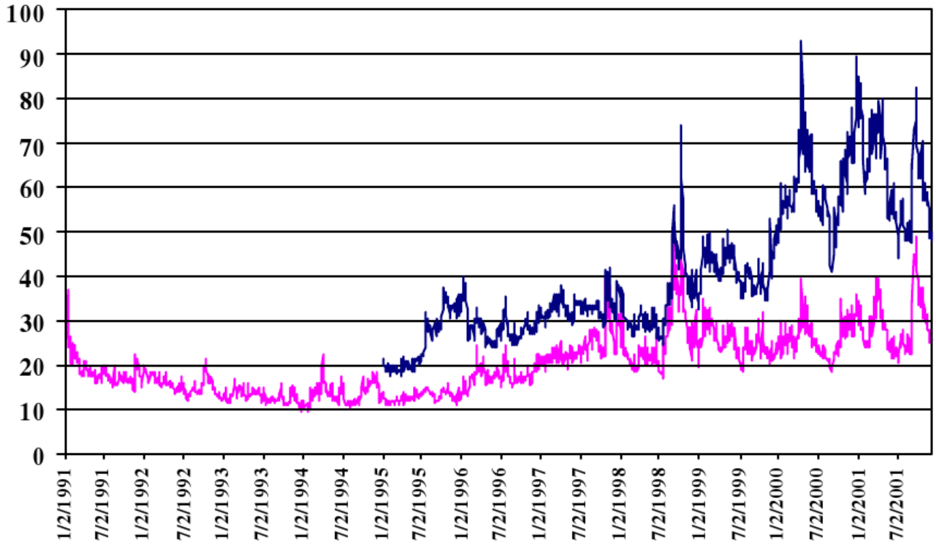
Bu enstrümanların hiçbirinin yatırım dönemi süresinde maliyeti yoktur. Şimdi, birinci yatırımdan başlayarak bunların T zamanındaki değerlerini inceleyelim. Alım ve satım opsiyonunun kullanım değeri aynı olduğu için, vade sonunda ya alım opsiyonu ya da satım opsiyonu kârda olur, fakat asla ikisi birden olmaz. Hisse senedinin T zamanındaki fiyatı için S_T yazın. Eğer alım opsiyonu kârdaysa, getiri $S_t - K$ olur çünkü uzun pozisyon alınmıştı. Diğer taraftan, eğer satım opsiyonu kârdaysa, getiri $-(K - S_T) = S_T - K$ olur. Yani, kısa pozisyon alındığı için getirisi, hisse senedinin T dönemindeki fiyatından bağımsız olarak, $K - S_T$'nin negatifi olur. İkinci yatırımın yani hisse senedi-tahvil portföyünün hesaplanması göreceli olarak daha kolaydır. T döneminde, tahvilin değeri K olacaktır, ve sonuçta bu pozisyonun değeri $S_t - K$ olacaktır. Her iki yatırım da T zamanında aynı değere sahiptir ve dahası, bu yatırımları devam ettirmenin bir maliyeti yoktur. Sonuç olarak, basit arbitraj argümanı yatırımların başlangıçtaki değerlerinin aynı olması gerektiğini söyler. Yani:

$$\underbrace{c - p}_{\textit{1. yarımın değeri}} = \underbrace{S - e^{-r(T-t)} \cdot K}_{\textit{2. yatırımın değeri}} \tag{35}$$

Oynaklığın Yansımaları



Şekil 11:Asli değerli (in the money),asli değersiz (out-of-the money)ve başabaş opsiyonların oynaklık düzeyleri.



Şekil 12: 2000 yılı için Nasdaq endeks getirilerinin dağılımı. Kaynak: Bloomberg

VXN, Nasdaq-100 (NDX) opsiyonlarının zımni oynaklığına dayanırken, VIX oynaklığı $S\&P$ 100-OEX opsiyonlarının zımni oynaklıklarına dayanır.

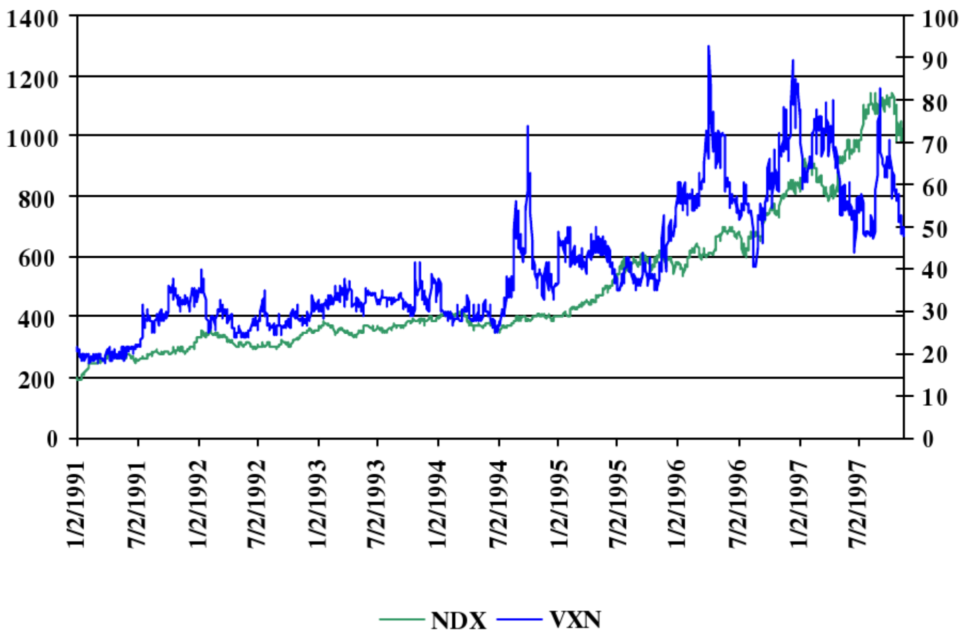
Opsiyon Piyasası ve Oynaklık

Opsiyon piyasasının bir nedensellik incelemesi, hisse senedi oynaklığının zaman içinde sabit kalmadığına inanmamıza yol açar. Neden?

Yatırımcılar, opsiyon alım satımı yapmak yoluyla piyasada gelecekte gerçekleşecek olan oynaklık konusundaki görüşlerini belirtirler.

Menkul kıymetler opsiyonları, gelecekteki piyasa oynaklıkları konusunda bilgi toplayarak bir bilgi merkezi olarak hizmet verirler:

- kısa dönemli opsiyonlar: yakın gelecekteki oynaklık.
- uzun dönemli opsiyonlar: uzun gelecekteki oynaklık.



Şekil 13: VXN: NDX'in zımni oynaklığı. NDX: Nasdaq 100 endeksinin zımni oynaklığı. Kaynak: Bloomberg

Önemli: VXN ve NDX arasında negatif korelasyon olabilir!

Opsiyonların Zımni Oynaklığı

Vadesi T, fiyatı K olan bir alım opsiyonu 0 döneminde C_0 değerinde işlem görüyor. Aynı zamanda, işleme konu olan hisse senedi S_0 fiyatında işlem görüyor, ve risksiz oran r_f.

Eğer 0 dönemindeki piyasa oynaklığını biliyorsak, Black-Scholes formülünü uygulayabiliriz:

$$C_{BS}^{0} = BS\left(S_0, K, T, \sigma, r_f\right) \tag{36}$$

Oynaklık direkt olarak gözlemlemediğimiz bir şeydir. Fakat oynaklığı piyasada gözlemlenen fiyatı, C_0 kullanarak hesaplayabiliriz:

$$C_0 = BS\left(S_0, K, T, \sigma^I, r_f\right) \tag{37}$$

Eğer Black-Scholes modeli doğru modelse, Opsiyonun zımni oynaklığı, σ^1 gerçek oynaklığa σ eşit olmalıdır.

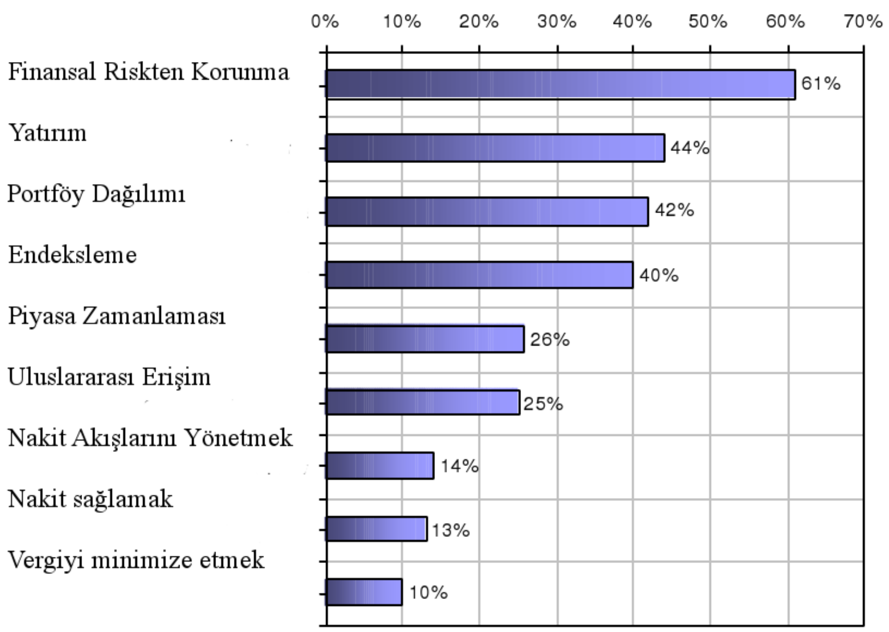
Neden Opsiyonlar?

Finansal riskten korunma, spekülatif yatırım ve varlık dağıtımı opsiyon ticaretinin en önemli sebeplerindendir.

Aslında, opsiyonlar ve diğer türev araçları menkul kıymetlerdeki riski azaltarak ve yeniden şekillendirerek risk hizmeti sağlarlar.

Riskler hala aynıdır ama yatırımcılar söz konusu varlıktaki varolan risklerin farklı boyutlarını seçebilirler.

Kurumların Türev Araçları Kullanma Sebepleri



Şekil 14: Menkul Kıymet Türevlerinin Kullanımı, Kaynak: Greenwich şirketinin'nin 1998 yılında 118 kurumsal yatırımcıyla yaptığı anket.

İlave Okumalar

KOLAY VE EĞLENCELİ: Peter Bernstein, Bölüm 11, "The Universal Financial Device"

CİDDİ, GİRİŞ DÜZEYİNDE MATERYALLER: John Hull, Options, Futures and Other Derivative Securities.

KURUMSAL, PRATİSYENLER İÇİN: aylık yayınlanan "the Risk magazine", http://www.riskpublic

Odak Noktası:

BKM Bölüm 20.

- s. 652-657, listelenen opsiyon kotasyonlarını nasıl okuyacağınızı öğrenin, Avrupa stili ve Amerikan stili opsiyonlar arasındaki farkı öğrenin.
- s. 662-670, opsiyon stratejileri.
- s. 671-673, satım-alım paritesi.
- s. 674-679, opsiyon benzeri menkul kıymetler hakkında temel bilgi.
- s. 683-684, egzotik opsiyonlar hakkında temel bilgi.

Potansiyel Soru Çeşitleri: Cochrane: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, s.688 soru 14.

Bir Sonraki Ders İçin Sorular

Lütfen Okuyun:

- BKM Bölüm 21 ve
- aşağıdaki sorular üzerinde düşünün.

S&P 500 endeksini etkileyen iki belirsizlik kaynağı vardır:

1. Küçük çaplı yeni bilgilerden kaynaklanan marjinal hareketler olabilir.

2. Piyasa çöküşleri.

- Eğer piyasa çöküşü korkusunu ölçmek istersek neye bakarız?
- Bir yatırımcı neden S&P 500 endeksinde büyük zararda olan bir satım opsiyonu satın alır?